

北师大版数学九年级上册

第六章 反比例函数

驻马店市第二初级中学 郭学瑜

【单元导语】

本单元我们主要学习反比例函数的概念、图象与性质，并应用反比例函数的图象和性质解决实际问题。

在本单元的作业中，我们将进一步理解反比例函数的概念，会根据已知条件确定反比例函数的表达式，画反比例函数的图象，并会根据图象和解析式理解函数的性质，体会数形结合的数学思想。我们还将体会构建反比例函数模型解决实际问题，进一步体会模型思想对解决实际问题的重要意义。

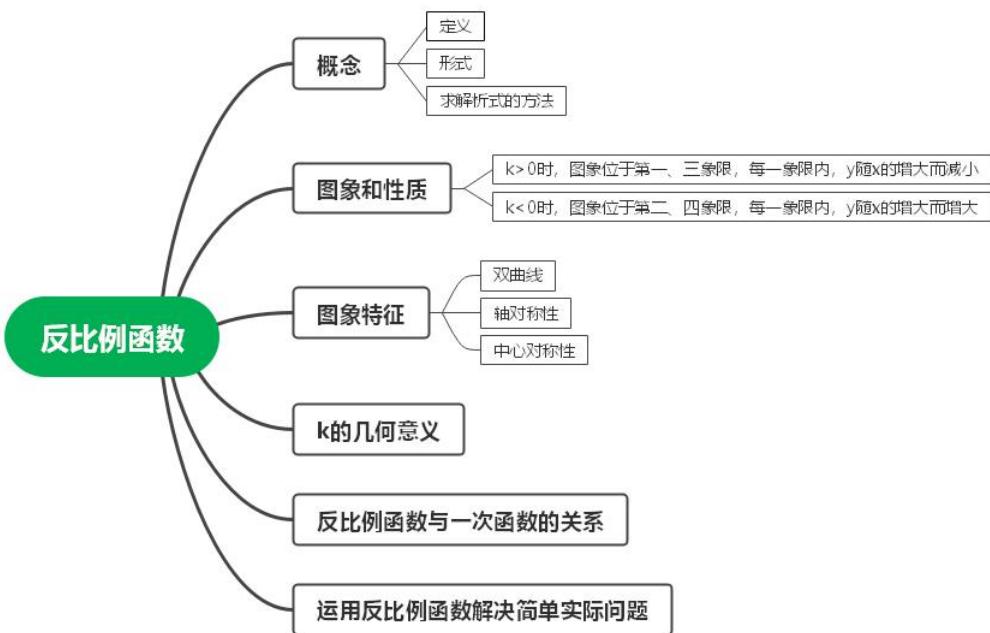
【单元作业目标】

序号	单元作业目标
91601	理解反比例函数的概念，并掌握其变形式
91602	会从现实情境中抽象出反比例函数模型并确定其表达式
91603	会画反比例函数的图象，并初步了解反比例函数的性质
91604	会判断给定的点是否在反比例函数的图象上
91605	会用待定系数法确定反比例函数的表达式
91606	会应用反比例函数的中心对称性和轴对称性解决问题
91607	理解反比例函数的增减性与 k 的关系，并注意适用条件
91608	会根据反比例函数中 k 的几何意义解决与面积有关的问题
91609	会利用反比例函数解决实际问题，进一步体会建模思想

91610

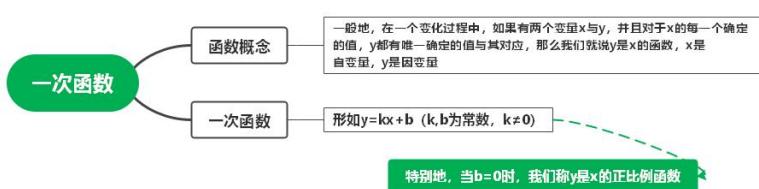
运用反比例函数的知识解决与一次函数相关的综合问题，
提高分析和解决问题的能力，培养创新能力

【单元内容结构】



【学习准备】

同学们，函数是初中数学的重要内容，是描述现实世界变量之间关系的重要数学模型，虽然变化规律各不相同，但对函数的研究方法是一脉相承的，我们先来回顾一下是怎样学习一次函数的。

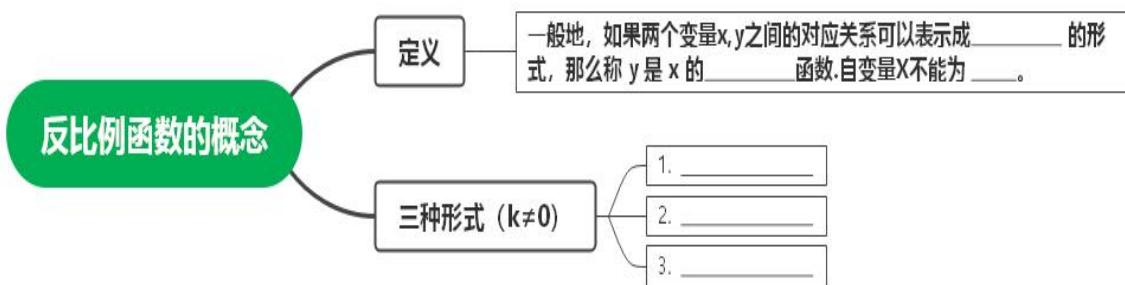


正比例函数和一次函数都是用自变量的一次式来表示的，图象都是直线。一些问题中变量之间还存在其他的数量关系，我们可以类比一次函数的方法进行研究。

6.1 反比例函数（第1课时）

【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



【夯实积淀】

1. (主要对应目标: 91601) 下面的等式中, y 一定是 x 的反比例函数的是()
A. $y=\frac{1}{x^2}$ B. $y=\frac{1}{3x}$ C. $y=5x+6$ D. $y=\frac{k}{x}$
2. (主要对应目标: 91601) 下列关系中, 两个变量之间为反比例函数关系的是()
A. 长 40 米的绳子剪去 x 米, 还剩 y 米
B. 买单价 3 元的笔记本 x 本, 花了 y 元
C. 正方形的面积为 S , 边长为 a
D. 菱形的面积为 20, 对角线的长分别为 x , y
3. (主要对应目标: 91602) 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (m) 成反比例 (即 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)), 已知 200 度近视眼镜的镜片焦距为 0.5m, 则 y 与 x 之间的函数关系式是_____.
4. (主要对应目标: 91601) 若函数 $y=(m-2)x^{m^2-5}$ 是反比例函数, 则 m

$$= \underline{\hspace{2cm}}.$$

5. (主要对应目标: 91601) 已知变量 y 与变量 x 之间的对应值如下表:

x	...	1	2	3	4	5	6	...
y	...	6	3	2	1.5	1.2	1	...

则变量 y 与 x 之间的函数关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 当 $x=-1$ 时,

$$y = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. (主要对应目标: 91601) 已知 y 与 $2x-1$ 成反比例且当 $x=0$ 时, $y=2$, 那么

当 $x=-1$ 时, $y = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. (主要对应目标: 91601, 91602) 设面积为 20 的平行四边形的一边长为 a , 这条边上的高为 h .

(1) 求 h 关于 a 的函数表达式及自变量 a 的取值范围.

(2) h 关于 a 的函数是不是反比例函数? 如果是, 请说出它的 k 的值.

(3) 求当边长 $a=10$ 时, 这条边上的高.

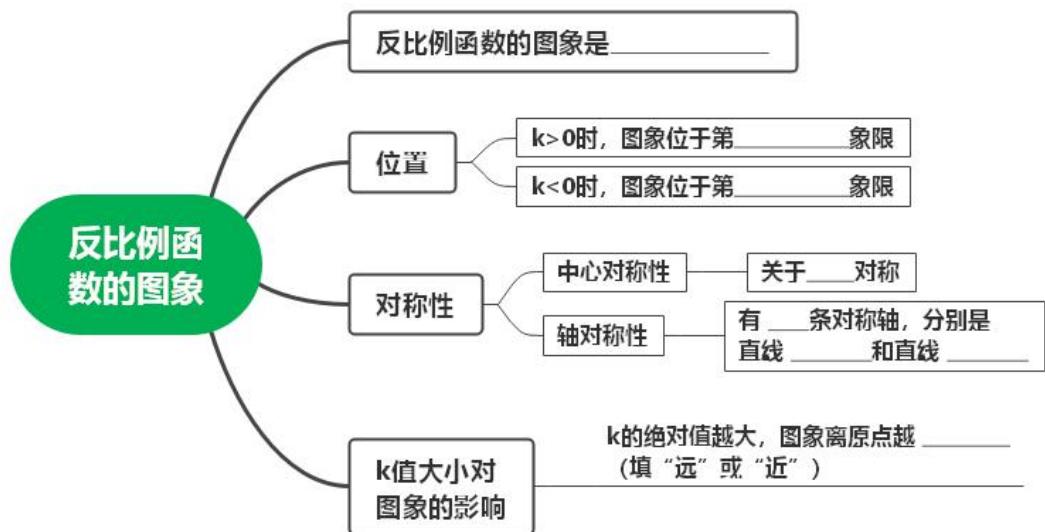
【拓展提升】

8. (主要对应目标: 91601, 91610) 将 $x=\frac{2}{3}$ 代入反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 中, 所得函数值记为 y_1 , 又将 $x=y_1+1$ 代入函数中, 所得函数值记为 y_2 , 再将 $x=y_2+1$ 代入函数中, 所得函数值记为 y_3 , \dots , 如此继续下去, 则 $y_{2023} = \underline{\hspace{2cm}}.$

6.2.1 反比例函数的图象（第2课时）

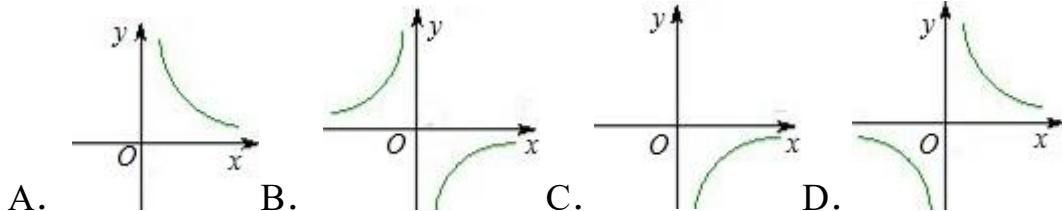
【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



【夯实积淀】

1. (主要对应目标: 91603) 在下图中，反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象大致是 ()



2. (主要对应目标: 91605) 若点 $A(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则 k

的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (主要对应目标: 91606) 对于反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象的对称性叙述错误的

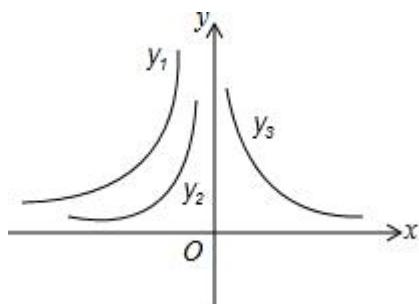
是 ()

- A. 关于原点中心对称 B. 关于直线 $y=x$ 对称
C. 关于直线 $y=-x$ 对称 D. 关于 x 轴对称

4. (主要对应目标: 91603,91610) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分别位于第二、四象限, 则直线 $y = kx + k$ 不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. (主要对应目标: 91603,91606) 如图是三个反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$, $y = \frac{k_2}{x}$, $y = \frac{k_3}{x}$ 在 x 轴上方的图象, 由此观察得到 k_1 、 k_2 、 k_3 的大小关系为 ()



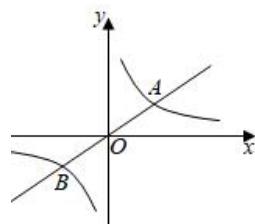
- A. $k_1 > k_2 > k_3$ B. $k_2 > k_1 > k_3$ C. $k_3 > k_2 > k_1$ D. $k_3 > k_1 > k_2$

6. (主要对应目标: 91603,91610) 一次函数 $y = x + n$ 的图象与 x 轴交于点 B , 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m > 0$) 的图象交于点 A (1, m), 且 $\triangle AOB$ 的面积为 1, 则 m 的值为 ()

7. (主要对应目标: 91603) 如果反比例函数 $y = \frac{a-2}{x}$ (a 是常数) 的图象在第一、三象限, 那么 a 的取值范围是_____.

8. (主要对应目标: 91601,91603) 若点 A (3, -4)、 B (-2, m) 在同一个反比例函数的图象上, 则 m 的值为_____.

9. (主要对应目标: 91606) 如图, 正比例函数 $y = k_1x$ 和反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 图象相交于 A 、 B 两点, 若点 A 的坐标是 (3, 2), 则点 B 的坐标是_____.



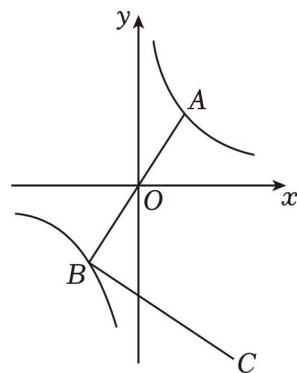
10. (主要对应目标: 91605,91610) 已知点 $P (m, 4)$ 在反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象上, 正比例函数 $y = kx$ 的图象经过点 P 和点 $Q (6, n)$.

- (1) 求正比例函数的解析式;
- (2) 点 Q 是否在反比例函数的图象上?

【拓展提升】

11. (主要对应目标: 91606,91610) 如图, 已知反比例函数过 A, B 两点, A 点坐标 $(2, 3)$, 直线 AB 经过原点, 将线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BC , 则:

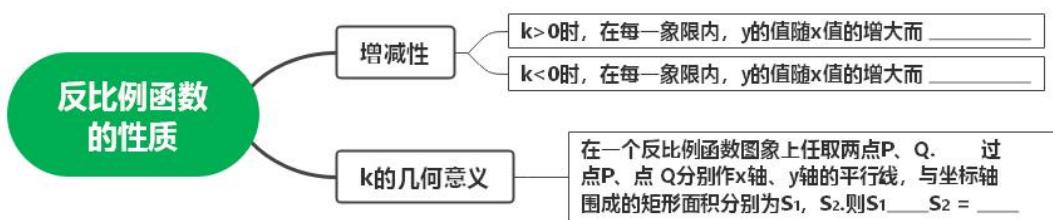
- (1) 点 B 坐标为 _____;
- (2) 点 C 坐标为 _____.



6.2.2 反比例函数的性质 (第3课时)

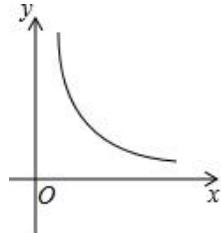
【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



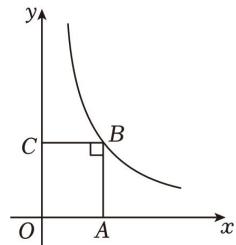
【夯实积淀】

- 如图是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象，随着 x 值的增大， y 值 ()
A. 减小 B. 增大 C. 不变 D. 先减小后不变
- 反比例函数 $y = \frac{m+1}{x}$ 在每个象限内的函数值 y 随 x 的增大而增大，则 m 的取值范围是 ()
A. $m < 0$ B. $m > 0$ C. $m > -1$ D. $m < -1$
- 对于反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ，下列说法错误的是 ()
A. 图象经过点 $(1, -3)$
B. 图象位于第二、第四象限
C. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小
D. 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大
- 已知点 $(-2, y_1)$ ， $(-3, y_2)$ ， $(2, y_3)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 从小到大用“ $<$ ”连接表示为 _____.

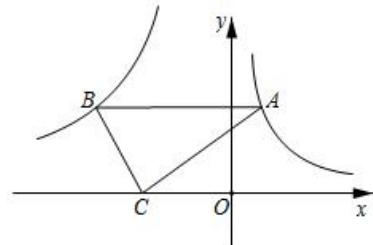


5. (主要对应目标: 91603,91607) 已知反比例函数 $y=\frac{10}{x}$, 当 $y<5$ 时, x 的取值范围是 _____.

6. (主要对应目标: 91608) 如图, 矩形 $OABC$ 的顶点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, $S_{\text{矩形 } OABC}=6$, 则 $k=$ _____.



7. (主要对应目标: 91608,91610) 如图, 点 A 在曲线 $y_1=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 上, 点 B 在双曲线 $y_2=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 上, $AB \parallel x$ 轴, 点 C 是 x 轴上一点, 连接 AC 、 BC , 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6, 则 k 的值为 _____.



8. (主要对应目标: 91601,91607) 已知点 $A (a, y_1)$, $B (a+1, y_2)$ 在反比例函数 $y=\frac{n^2+1}{x}$ (n 是常数) 的图象上, 且 $y_1>y_2$, 则 a 的取值范围是 _____.

9. (主要对应目标: 91604,91607) 已知点 $A (4, m)$ 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上.

(1) 求 m 的值;

(2) 当 $4<x<8$ 时, 求 y 的取值范围.

【拓展提升】

10. (主要对应目标: 91603,91604,91610) 小欣在学习了反比例函数的图象与性质后, 进一步研究了函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图象与性质. 其研究过程如下:

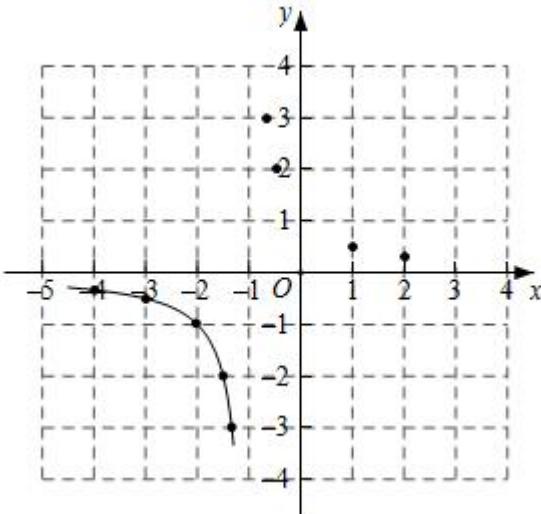
(1) 绘制函数图象

①列表: 如表是 x 与 y 的几组对应值, 其中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$;

x	...	-4	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	...
y	...	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	3	2	m	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$...

②描点: 根据表中的数值描点 (x, y) , 请补充描出点 $(0, m)$;

③连线: 用平滑的曲线顺次连接各点, 请把图象补充完整.



(2) 探究函数性质

判断下列说法是否正确 (正确的填“ \checkmark ”, 错误的填“ \times ”)

①函数值 y 随 x 的增大而减小: $\underline{\hspace{2cm}}$.

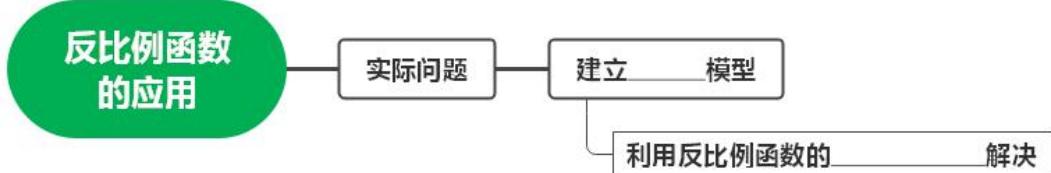
②函数图象关于原点对称: $\underline{\hspace{2cm}}$.

③函数图象与直线 $x = -1$ 没有交点: $\underline{\hspace{2cm}}$.

6.3 反比例函数的应用（第4课时）

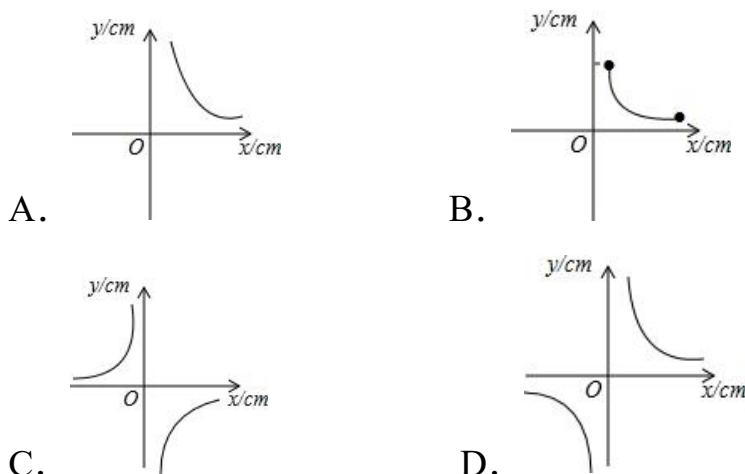
【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



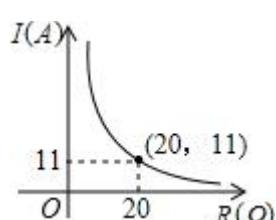
【夯实积淀】

1. (主要对应目标: 91602, 91609) 已知一个矩形的面积为 12cm^2 ，其长为 ycm ，宽为 $x\text{cm}$ ，则 y 与 x 之间的函数关系的图象大致为 ()



2. (主要对应目标: 91602, 91609) 电路上在电压保持不变的条件

下，电流 I (A) 与电阻 R (Ω) 成反比例关系， I 与 R 的函数图象如图， I 关于 R 函数解析式是 ()



- A. $I = \frac{220}{R}$ B. $I = \frac{-220}{R}$ C. $I = \frac{20}{R}$ D. $I = \frac{11}{R}$

3. (主要对应目标: 91602, 91607, 91609) 如图1是一个亮度可调节的台灯, 其灯光亮度的改变, 可以通过调节总电阻控制电流的变化来实现. 如图2是该台灯的电流 I (A) 与电阻 R (Ω) 成反比例函数的图象, 该图象经过点 P (880, 0.25). 根据图象可知, 下列说法正确的是 ()



图1

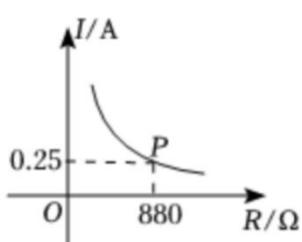
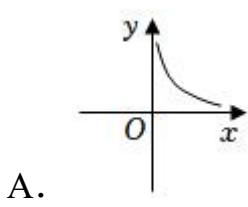
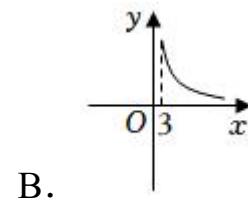


图2

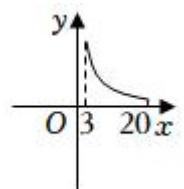
- A. 当 $I < 0.25$ 时, $R < 880$
 B. I 与 R 的函数关系式是 $I = \frac{200}{R}$ ($R > 0$)
 C. 当 $R > 1000$ 时, $I > 0.22$
 D. 当 $880 < R < 1000$ 时, I 的取值范围是 $0.22 < I < 0.25$
4. (主要对应目标: 91602, 91609) 某学校要种植一块面积为 $60m^2$ 的长方形草坪, 要求两边长均不小于 $3m$, 则草坪的一边长为 y (单位: m) 随另一边长 x (单位: m) 的变化而变化的图象可能是 ()



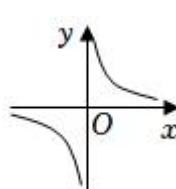
A.



B.



C.



D.

5. (主要对应目标: 91610) 已知正比例函数 $y_1 = k_1x$ ($k_1 > 0$) 的图象与反比例

函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A , B 两点, 其中点 A 的横坐标为 2, 当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是_____.

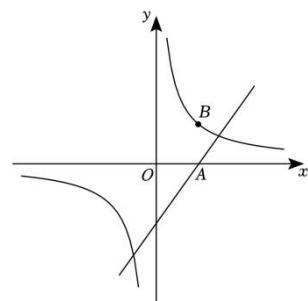
三. 解答题 (共 3 小题)

6. (主要对应目标: 91609, 91610) 将油箱注满 k 升油后, 轿车可行驶的总路程 s (千米) 与平均耗油量 a (升/千米) 之间满足反比例函数关系: $s = \frac{k}{a}$ (k 是常数, $k \neq 0$). 已知某轿车油箱注满油后, 以平均耗油量为 0.1 升/千米的速度行驶, 可行驶 700 千米.

- (1) 求该轿车可行驶的总路程 s 与平均耗油量 a 之间的函数表达式;
- (2) 当平均耗油量为 0.08 升/千米时, 该轿车可以行驶多少千米?

7. (主要对应目标: 91605, 91610) 如图, 已知点 A 是一次函数 $y = 2x - 4$ 的图象与 x 轴的交点, 将点 A 向上平移 2 个单位后所得点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上.

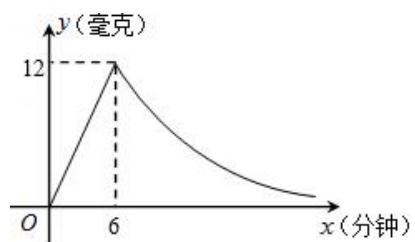
- (1) 点 A 的坐标为_____;
- (2) 求该反比例函数的表达式.



【拓展提升】

8. (主要对应目标: 91605, 91609, 91610) 为了预防“流感”，某学校对教室采用药熏法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与药物点燃后的时间 x (分) 成正比例，药物燃尽后， y 与 x 成反比例 (如图所示)，已知药物点燃后 6 分钟燃尽，此时室内每立方米空气中含药量为 12 毫克.

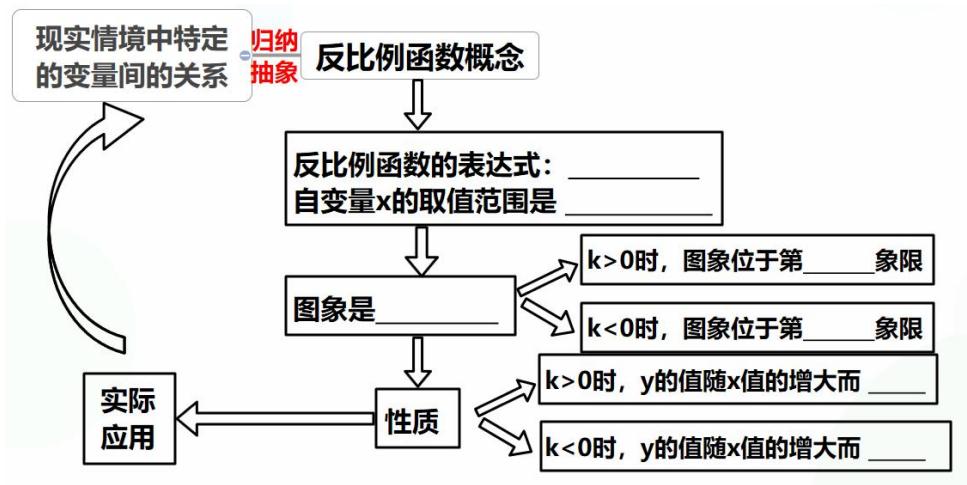
- (1) 求药物燃烧时和药物燃尽后， y 与 x 之间的函数表达式；
- (2) 研究表明：空气中每立方米的含药量不低于 6 毫克，且持续 5 分钟以上才能有效杀灭空气中的病菌，请计算说明此次消毒能否有效杀灭空气中的病菌.



单元复习（第5课时）

【回顾反思】

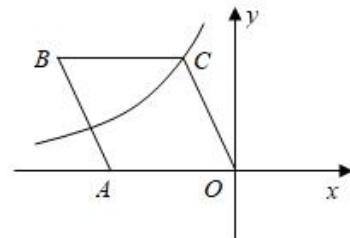
回顾所学内容，完成框图。



【夯实积淀】

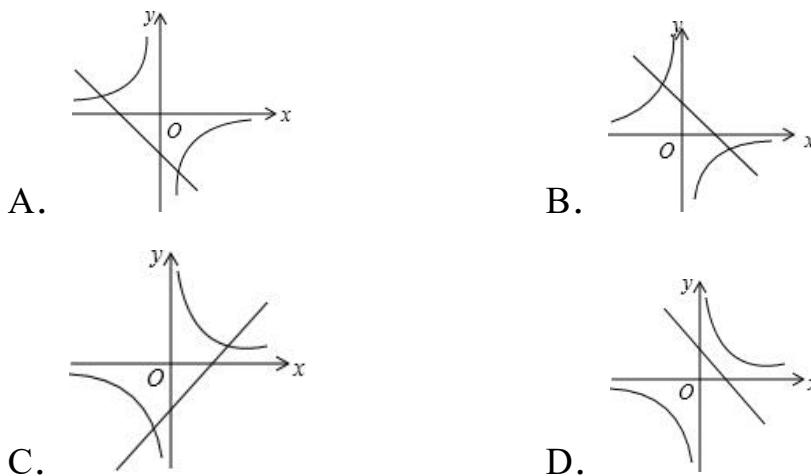
1. (主要对应目标: 91601) 下列函数: ① $y=x-2$, ② $y=\frac{x}{3}$, ③ $y=x^{-1}$, ④ $y=x^2+3x+4$, y 是 x 的反比例函数的个数有 ()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
2. (主要对应目标: 91601, 91603, 91604) 在平面直角坐标系内, 点 $A(2, 3)$, $B(-1, 4)$, $C(2, a)$ 分别在三个不同的象限, 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 的图象经过其中两点, 则 a 的值为 ()
A. -3 B. -2 C. 2 D. 3
3. (主要对应目标: 91605, 91607) 定义新运算: $m\oplus n=-\frac{n}{m}$ ($m\neq 0$), 则对于函数 $y=x\oplus 3$, 下列说法正确的是 ()
A. 当 $x>0$ 时, y 随 x 增大而增大
B. 函数图象经过点 $(3, 1)$

- C. 函数图象位于第一、三象限
- D. 当 $-3 < x < -1$ 时, $-3 < y < -1$
4. (主要对应目标: 91607) 点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上, 则 y_1, y_2, y_3 大小关系是 ()
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_3 > y_1$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_1 > y_3 > y_2$
5. (主要对应目标: 91604, 91605, 91610) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCO$ 中, 点 A 的坐标为 $(-5, 0)$, 对角线 $OB = 4\sqrt{5}$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 过点 C , 则 k 的值为 ()

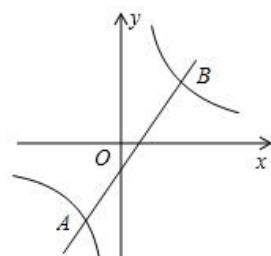


- A. -9 B. -8 C. -15 D. -12

6. (主要对应目标: 91603, 91610) 函数 $y = kx + b$ 与函数 $y = \frac{kb}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象正确的是 ()

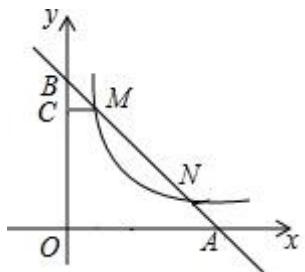


7. (主要对应目标: 91610) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 函数 $y = k_1x + b$ 与 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_1 \cdot k_2 \neq 0$) 的图象相交于点 $B(2, 3)$, $A(m, -4)$, 则关于 x 的不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解



集是_____.

8. (主要对应目标: 91608,91610)如图所示, 一次函数 $y=k_1x+3$ ($k_1 < 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ ($k_2 > 0$) 的图象交于 M 、 N 两点, 过点 M 作 $MC \perp y$ 轴于点 C , 已知 $CM=1$, 则 $k_1 - k_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



9. (主要对应目标: 91601,91603,91607)已知反比例函数 $y = (m-2) \frac{1}{x^{m^2-m-7}}$
- 若它的图象位于第一、三象限, 求 m 的值;
 - 若它的图象在每一象限内 y 的值随 x 值的增大而增大, 求 m 的值.

10. (主要对应目标: 91605,91609)某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种新品, 如图是某天恒温系统从开始到关闭及关闭后, 大棚里温度 y (°C) 随时间 x (h) 变化的函数图象, 其中 AB 段是恒温阶段, BC 段是双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的一部分, 请根据图中信息解答下列问题:

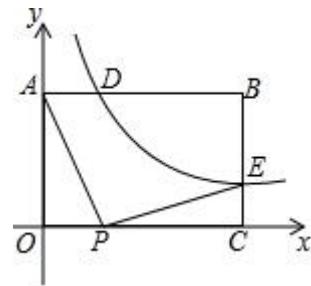
- 求 k 的值;
- 恒温系统在一天内保持大棚内温度不低于 15°C 的时间有多少小时?



【拓展提升】

11. (主要对应目标: 91605,91610) 如图, 矩形 $OABC$ 的两边 OA, OC 分别在坐标轴上, $OA=3$, $AB=4$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 在第一象限的图象与矩形的两边 AB, BC 分别交于点 D, E , 且 $BD=2AD$.

- (1) 求反比例函数的表达式和点 E 的坐标;
- (2) 若连接 OD, OE, DE , 则 $\triangle DOE$ 的面积为 _____.
- (3) 若点 P 是线段 OC 上的一个动点, 是否存在点 P , 使 $\angle APE=90^\circ$? 若存在, 求出此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【创新发展】

12. (主要对应目标: 91603,91610) 如图是 4 个台阶的示意图, 每个台阶的高和宽分别是 1 和 2, 每个台阶凸出的角的顶点记作 T_m (m 为 $1\sim 4$ 的整数), 函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象为曲线 L . 若曲线 L 使得 $T_1\sim T_4$ 这些点分布在它的两侧, 每侧各 2 个点, 则 k 的取值范围是 _____.

