

# 北师大版数学九年级上册

## 第六章 反比例函数

驻马店市第二初级中学 郭学瑜

### 【单元导语】

本单元我们主要学习反比例函数的概念、图象与性质，并应用反比例函数的图象和性质解决实际问题。

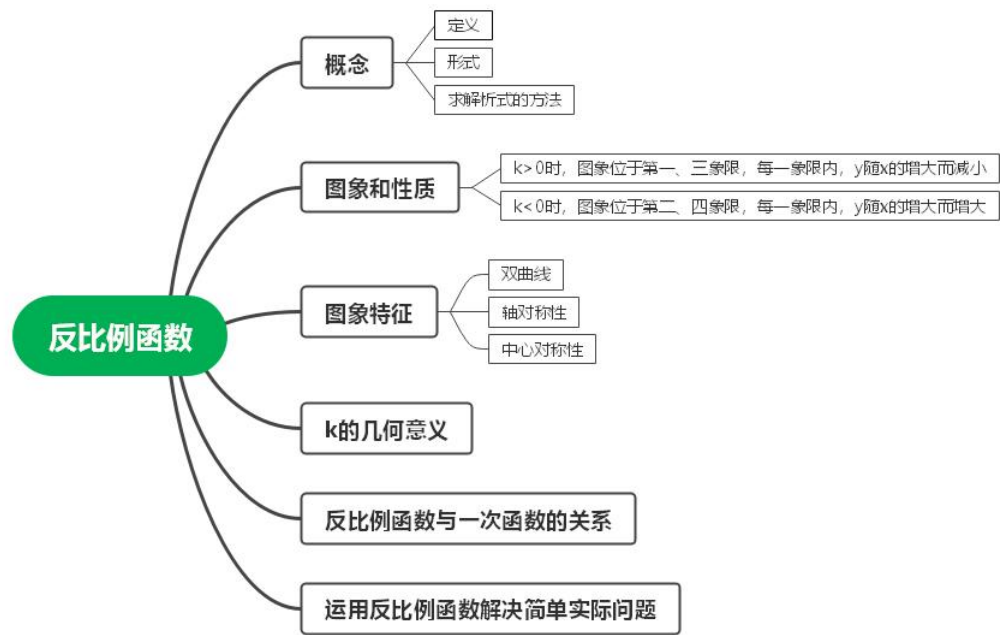
在本单元的作业中，我们将进一步理解反比例函数的概念，会根据已知条件确定反比例函数的表达式，画反比例函数的图象，并会根据图象和解析式理解函数的性质，体会数形结合的数学思想。我们还将体会构建反比例函数模型解决实际问题，进一步体会模型思想对解决实际问题的重要意义。

### 【单元作业目标】

序号	单元作业目标
91601	理解反比例函数的概念，并掌握其变形式
91602	会从现实情境中抽象出反比例函数模型并确定其表达式
91603	会画反比例函数的图象，并初步了解反比例函数的性质
91604	会判断给定的点是否在反比例函数的图象上
91605	会用待定系数法确定反比例函数的表达式
91606	会应用反比例函数的中心对称性和轴对称性解决问题
91607	理解反比例函数的增减性与 $k$ 的关系，并注意适用条件
91608	会根据反比例函数中 $k$ 的几何意义解决与面积有关的问题
91609	会利用反比例函数解决实际问题，进一步体会建模思想

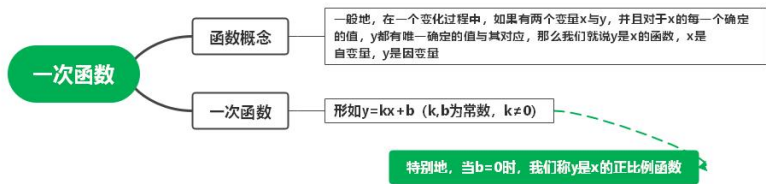
91610	运用反比例函数的知识解决与一次函数相关的综合问题，提高分析和解决问题的能力，培养创新能力
-------	--

### 【单元内容结构】



### 【学习准备】

同学们，函数是初中数学的重要内容，是描述现实世界变量之间关系的重要数学模型，虽然变化规律各不相同，但对函数的研究方法是一脉相承的，我们先来回顾一下是怎样学习一次函数的。

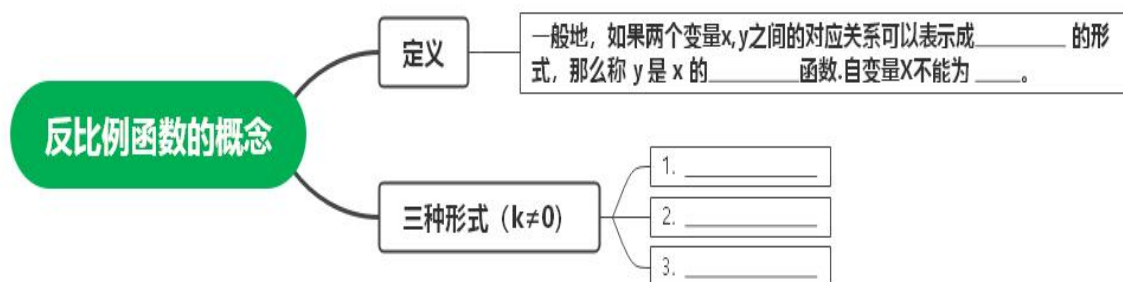


正比例函数和一次函数都是用自变量的一次式来表示的，图象都是直线。一些问题中变量之间还存在其他的数量关系，我们可以类比一次函数的方法进行研究。

## 6.1 反比例函数（第1课时）

### 【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



### 【夯实积淀】

1. (主要对应目标：91601) 下面的等式中， $y$  一定是  $x$  的反比例函数的是 ( )

- A.  $y = \frac{1}{x^2}$     B.  $y = \frac{1}{3x}$     C.  $y = 5x + 6$     D.  $y = \frac{k}{x}$

2. (主要对应目标：91601) 下列关系中，两个变量之间为反比例函数关系的是

( )

- A. 长 40 米的绳子剪去  $x$  米，还剩  $y$  米  
B. 买单价 3 元的笔记本  $x$  本，花了  $y$  元  
C. 正方形的面积为  $S$ ，边长为  $a$   
D. 菱形的面积为 20，对角线的长分别为  $x$ ， $y$

3. (主要对应目标：91602) 近视眼镜的度数  $y$  (度) 与镜片焦距  $x$  (m) 成反比例 (即  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ))，已知 200 度近视眼镜的镜片焦距为  $0.5m$ ，则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式是\_\_\_\_\_.

4. (主要对应目标：91601) 若函数  $y = (m - 2) x^{m^2 - 5}$  是反比例函数，则  $m$

=\_\_\_\_\_.

5. (主要对应目标: 91601)已知变量  $y$  与变量  $x$  之间的对应值如下表:

$x$	...	1	2	3	4	5	6	...
$y$	...	6	3	2	1.5	1.2	1	...

则变量  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为\_\_\_\_\_ , 当  $x=-1$  时,

$y=$  \_\_\_\_\_.

6. (主要对应目标: 91601)已知  $y$  与  $2x-1$  成反比例且当  $x=0$  时,  $y=2$ , 那么当  $x= -1$  时,  $y=$ \_\_\_\_\_.

7. (主要对应目标: 91601, 91602)设面积为 20 的平行四边形的一边长为  $a$ , 这条边上的高为  $h$ .

(1) 求  $h$  关于  $a$  的函数表达式及自变量  $a$  的取值范围.

(2)  $h$  关于  $a$  的函数是不是反比例函数? 如果是, 请说出它的  $k$  的值.

(3) 求当边长  $a=10$  时, 这条边上的高.

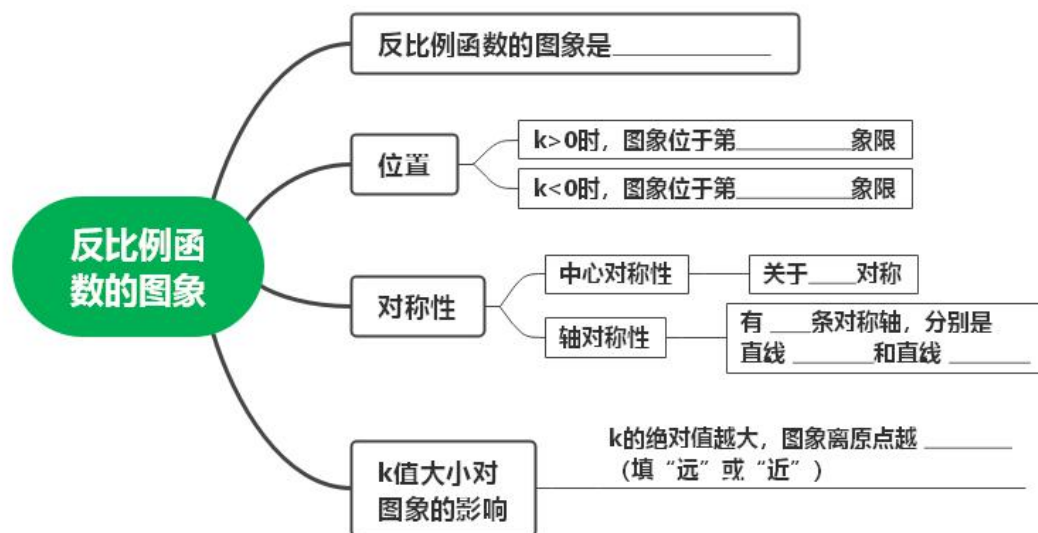
### 【拓展提升】

8. (主要对应目标: 91601,91610)将  $x=\frac{2}{3}$  代入反比例函数  $y= -\frac{1}{x}$  中, 所得函数值记为  $y_1$ , 又将  $x=y_1+1$  代入函数中, 所得函数值记为  $y_2$ , 再将  $x=y_2+1$  代入函数中, 所得函数值记为  $y_3$ , ..., 如此继续下去, 则  $y_{2023}$  =\_\_\_\_\_.

### 6.2.1 反比例函数的图象（第 2 课时）

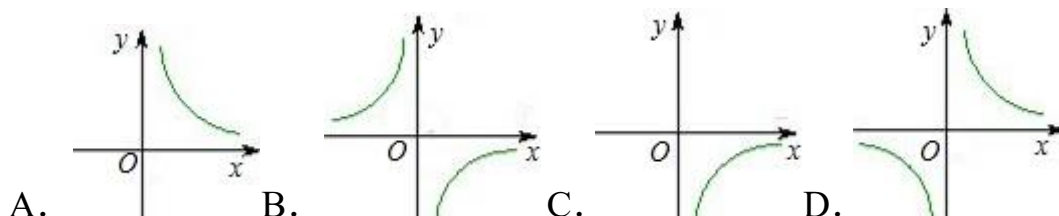
#### 【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



#### 【夯实积淀】

1. (主要对应目标: 91603)在下图中, 反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象大致是 ( )



2. (主要对应目标: 91605)若点  $A(1, 3)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 则  $k$

的值是 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

3. (主要对应目标: 91606)对于反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  的图象的对称性叙述错误的

是 ( )

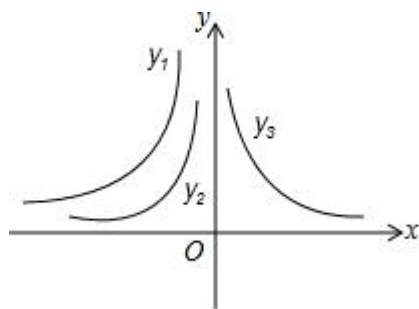
- A. 关于原点中心对称                      B. 关于直线  $y = x$  对称  
C. 关于直线  $y = -x$  对称                      D. 关于  $x$  轴对称

4. (主要对应目标: 91603,91610)反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象分别位于第二、四象限, 则直线  $y=kx+k$  不经过的象限是 ( )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. (主要对应目标: 91603,91606)如图是三个反比例函数  $y=\frac{k_1}{x}$ ,  $y=\frac{k_2}{x}$ ,  $y=\frac{k_3}{x}$

在  $x$  轴上方的图象, 由此观察得到  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  的大小关系为 ( )



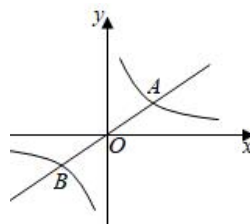
A.  $k_1 > k_2 > k_3$  B.  $k_2 > k_1 > k_3$  C.  $k_3 > k_2 > k_1$  D.  $k_3 > k_1 > k_2$

6. (主要对应目标: 91603,91610)一次函数  $y=x+n$  的图象与  $x$  轴交于点  $B$ , 与反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  ( $m>0$ ) 的图象交于点  $A(1, m)$ , 且  $\triangle AOB$  的面积为 1, 则  $m$  的值为 ( )

7. (主要对应目标: 91603)如果反比例函数  $y=\frac{a-2}{x}$  ( $a$  是常数) 的图象在第一、三象限, 那么  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

8. (主要对应目标: 91601,91603)若点  $A(3, -4)$ 、 $B(-2, m)$  在同一个反比例函数的图象上, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

9. (主要对应目标: 91606)如图, 正比例函数  $y=k_1x$  和反比例函数  $y=\frac{k_2}{x}$  图象相交于  $A$ 、 $B$  两点, 若点  $A$  的坐标是  $(3, 2)$ , 则点  $B$  的坐标是 \_\_\_\_\_.



10. (主要对应目标: 91605,91610) 已知点  $P(m, 4)$  在反比例函数  $y = -\frac{12}{x}$  的

图象上, 正比例函数  $y = kx$  的图象经过点  $P$  和点  $Q(6, n)$ .

(1) 求正比例函数的解析式;

(2) 点  $Q$  是否在反比例函数的图象上?

### 【拓展提升】

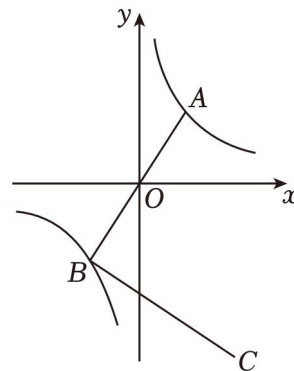
11. (主要对应目标: 91606,91610) 如图, 已知反比例函数过  $A, B$  两点,  $A$  点坐

标  $(2, 3)$ , 直线  $AB$  经过原点, 将线段  $AB$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$

得到线段  $BC$ , 则:

(1) 点  $B$  坐标为 \_\_\_\_\_;

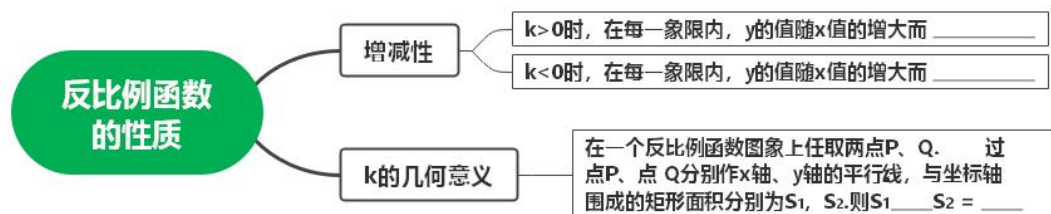
(2) 点  $C$  坐标为 \_\_\_\_\_.



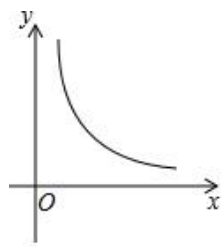
### 6.2.2 反比例函数的性质（第3课时）

#### 【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



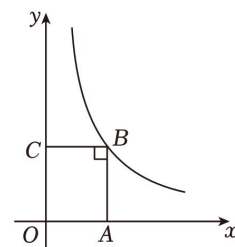
#### 【夯实积淀】

- (主要对应目标: 91607)如图是反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象, 随着  $x$  值的增大,  $y$  值 ( )  
A. 减小  
B. 增大  
C. 不变  
D. 先减小后不变  

- (主要对应目标: 91607)反比例函数  $y = \frac{m+1}{x}$  在每个象限内的函数值  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则  $m$  的取值范围是 ( )  
A.  $m < 0$   
B.  $m > 0$   
C.  $m > -1$   
D.  $m < -1$
- (主要对应目标: 91606, 91607)对于反比例函数  $y = -\frac{3}{x}$ , 下列说法错误的是 ( )  
A. 图象经过点 (1, -3)  
B. 图象位于第二、第四象限  
C. 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小  
D. 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大
- (主要对应目标: 91606, 91607)已知点  $(-2, y_1)$ ,  $(-3, y_2)$ ,  $(2, y_3)$  在函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k < 0$ ) 的图象上, 则  $y_1, y_2, y_3$  从小到大用 “<” 连接表示为\_\_\_\_\_.

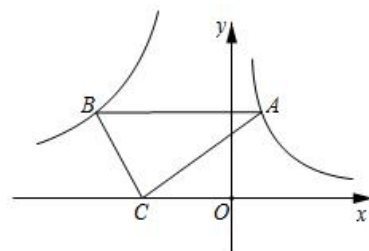


5. (主要对应目标: 91603,91607) 已知反比例函数  $y = \frac{10}{x}$ , 当  $y < 5$  时,  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

6. (主要对应目标: 91608) 如图, 矩形  $OABC$  的顶点  $B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上,  $S_{\text{矩形} OABC} = 6$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.



7. (主要对应目标: 91608,91610) 如图, 点  $A$  在曲线  $y_1 = \frac{2}{x}$  ( $x > 0$ ) 上, 点  $B$  在双曲线  $y_2 = \frac{k}{x}$  ( $x < 0$ ) 上,  $AB \parallel x$  轴, 点  $C$  是  $x$  轴上一点, 连接  $AC$ 、 $BC$ , 若  $\triangle ABC$  的面积是 6, 则  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.



8. (主要对应目标: 91601,91607) 已知点  $A(a, y_1)$ ,  $B(a+1, y_2)$  在反比例函数  $y = \frac{n^2+1}{x}$  ( $n$  是常数) 的图象上, 且  $y_1 > y_2$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

9. (主要对应目标: 91604,91607) 已知点  $A(4, m)$  在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象上.

(1) 求  $m$  的值;

(2) 当  $4 < x < 8$  时, 求  $y$  的取值范围.

## 【拓展提升】

10. (主要对应目标: 91603,91604,91610)小欣在学习了反比例函数的图象与性质后, 进一步研究了函数  $y = \frac{1}{x+1}$  的图象与性质. 其研究过程如下:

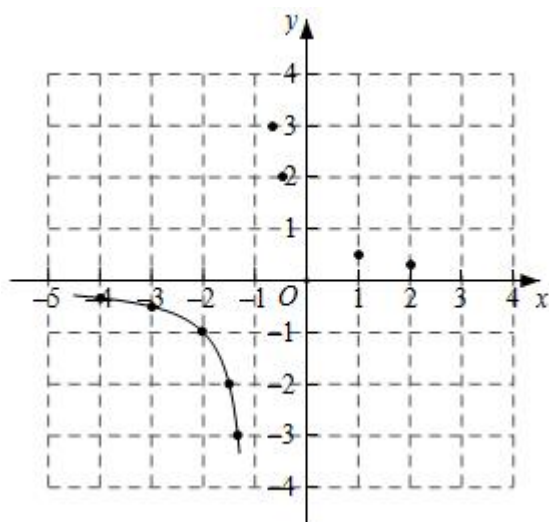
(1) 绘制函数图象

①列表: 如表是  $x$  与  $y$  的几组对应值, 其中  $m =$  \_\_\_\_\_;

$x$	$\cdots$	-4	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	$\cdots$
$y$	$\cdots$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	3	2	$m$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\cdots$

②描点: 根据表中的数值描点  $(x, y)$ , 请补充描出点  $(0, m)$ ;

③连线: 用平滑的曲线顺次连接各点, 请把图象补充完整.



(2) 探究函数性质

判断下列说法是否正确 (正确的填“√”, 错误的填“×”)

①函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小: \_\_\_\_\_.

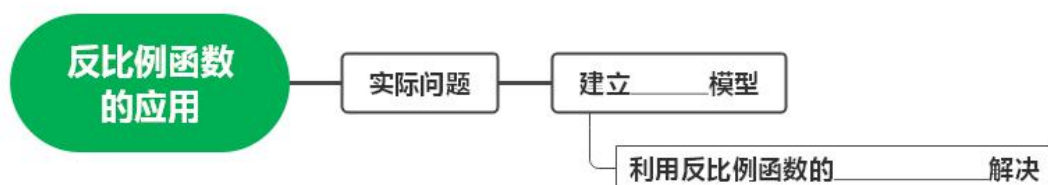
②函数图象关于原点对称: \_\_\_\_\_.

③函数图象与直线  $x = -1$  没有交点: \_\_\_\_\_.

### 6.3 反比例函数的应用（第4课时）

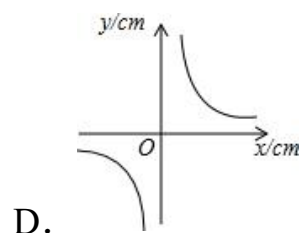
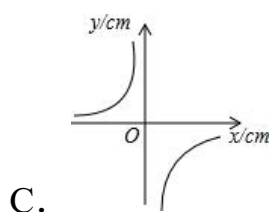
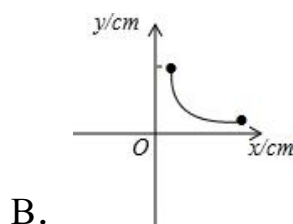
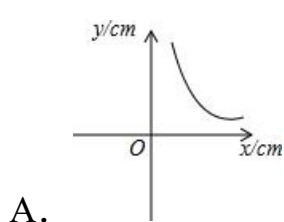
#### 【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。

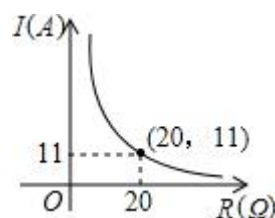


#### 【夯实积淀】

1. (主要对应目标：91602,91609) 已知一个矩形的面积为  $12\text{cm}^2$ ，其长为  $y\text{cm}$ ，宽为  $x\text{cm}$ ，则  $y$  与  $x$  之间的函数关系的图象大致为（ ）



2. (主要对应目标：91602,91609) 电路上在电压保持不变的条件下，电流  $I$  (A) 与电阻  $R$  ( $\Omega$ ) 成反比例关系， $I$  与  $R$  的函数图象如图， $I$  关于  $R$  函数解析式是（ ）



- A.  $I = \frac{220}{R}$       B.  $I = \frac{-220}{R}$       C.  $I = \frac{20}{R}$       D.  $I = \frac{11}{R}$

3. (主要对应目标: 91602,91607,91609)如图 1 是一个亮度可调节的台灯, 其灯光亮度的改变, 可以通过调节总电阻控制电流的变化来实现. 如图 2 是该台灯的电流  $I$  (A) 与电阻  $R$  ( $\Omega$ ) 成反比例函数的图象, 该图象经过点  $P(880, 0.25)$ . 根据图象可知, 下列说法正确的是 ( )

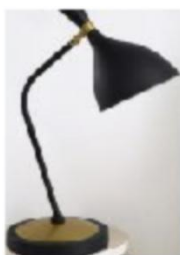


图1

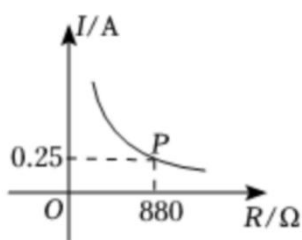
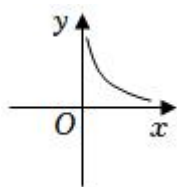
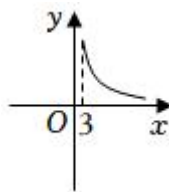


图2

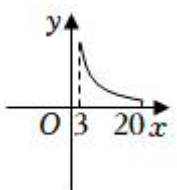
- A. 当  $I < 0.25$  时,  $R < 880$
- B.  $I$  与  $R$  的函数关系式是  $I = \frac{200}{R}$  ( $R > 0$ )
- C. 当  $R > 1000$  时,  $I > 0.22$
- D. 当  $880 < R < 1000$  时,  $I$  的取值范围是  $0.22 < I < 0.25$
4. (主要对应目标: 91602,91609)某学校要种植一块面积为  $60m^2$  的长方形草坪, 要求两边长均不小于  $3m$ , 则草坪的一边长为  $y$  (单位:  $m$ ) 随另一边长  $x$  (单位:  $m$ ) 的变化而变化的图象可能是 ( )



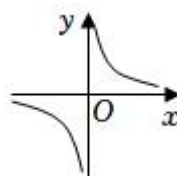
A.



B.



C.



D.

5. (主要对应目标: 91610)已知正比例函数  $y_1 = k_1x$  ( $k_1 > 0$ ) 的图象与反比例

函数  $y_2 = \frac{k_2}{x}$  的图象相交于  $A, B$  两点，其中点  $A$  的横坐标为 2，当  $y_1 > y_2$  时， $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三. 解答题（共 3 小题）

6. (主要对应目标: 91609,91610) 将油箱注满  $k$  升油后，轿车可行驶的总路程  $s$ （千米）与平均耗油量  $a$ （升/千米）之间满足反比例函数关系： $s = \frac{k}{a}$ （ $k$  是常数， $k \neq 0$ ）. 已知某轿车油箱注满油后，以平均耗油量为 0.1 升/千米的速度行驶，可行驶 700 千米.

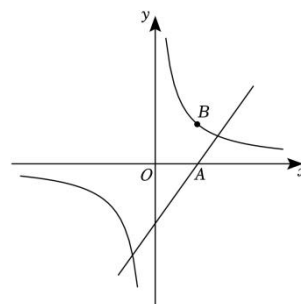
(1) 求该轿车可行驶的总路程  $s$  与平均耗油量  $a$  之间的函数表达式；

(2) 当平均耗油量为 0.08 升/千米时，该轿车可以行驶多少千米？

7. (主要对应目标: 91605,91610) 如图，已知点  $A$  是一次函数  $y = 2x - 4$  的图象与  $x$  轴的交点，将点  $A$  向上平移 2 个单位后所得点  $B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上.

(1) 点  $A$  的坐标为 \_\_\_\_\_；

(2) 求该反比例函数的表达式.

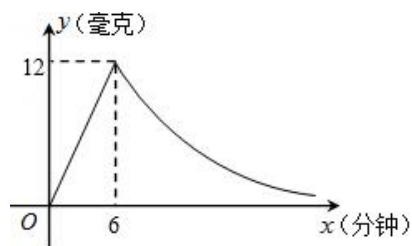


### 【拓展提升】

8. (主要对应目标: 91605, 91609, 91610) 为了预防“流感”，某学校对教室采用药熏法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量  $y$ （毫克）与药物点燃后的时间  $x$ （分）成正比例，药物燃尽后， $y$  与  $x$  成反比例（如图所示），已知药物点燃后 6 分钟燃尽，此时室内每立方米空气中含药量为 12 毫克.

(1) 求药物燃烧时和药物燃尽后， $y$  与  $x$  之间的函数表达式；

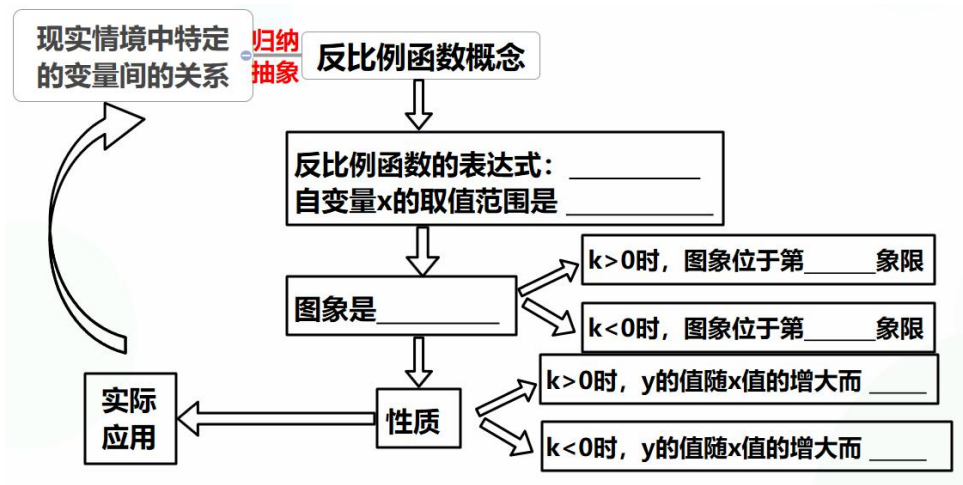
(2) 研究表明：空气中每立方米的含药量不低于 6 毫克，且持续 5 分钟以上才能有效杀灭空气中的病菌，请计算说明此次消毒能否有效杀灭空气中的病菌.



## 单元复习（第5课时）

### 【回顾反思】

回顾所学内容，完成框图。



### 【夯实积淀】

- （主要对应目标：91601）下列函数：① $y=x-2$ ，② $y=\frac{x}{3}$ ，③ $y=x^{-1}$ ，④ $y=x^2+3x+4$ ， $y$ 是 $x$ 的反比例函数的个数有（ ）  
A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个
- （主要对应目标：91601,91603,91604）在平面直角坐标系内，点 $A(2, 3)$ ， $B(-1, 4)$ ， $C(2, a)$ 分别在三个不同的象限，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ （ $k \neq 0$ ）的图象经过其中两点，则 $a$ 的值为（ ）  
A. -3      B. -2      C. 2      D. 3
- （主要对应目标：91605,91607）定义新运算： $m \oplus n = -\frac{n}{m}$ （ $m \neq 0$ ），则对于函数 $y=x \oplus 3$ ，下列说法正确的是（ ）  
A. 当 $x>0$ 时， $y$ 随 $x$ 增大而增大  
B. 函数图象经过点 $(3, 1)$

C. 函数图象位于第一、三象限

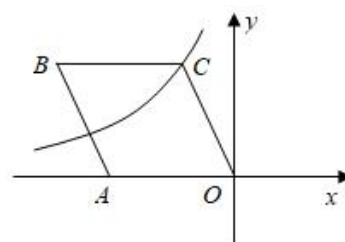
D. 当  $-3 < x < -1$  时,  $-3 < y < -1$

4. (主要对应目标: 91607) 点  $A(-1, y_1)$ ,  $B(2, y_2)$ ,  $C(3, y_3)$  在反比例函数  $y = -\frac{6}{x}$  图象上, 则  $y_1, y_2, y_3$  大小关系是 ( )

A.  $y_1 > y_2 > y_3$     B.  $y_2 > y_3 > y_1$     C.  $y_3 > y_2 > y_1$     D.  $y_1 > y_3 > y_2$

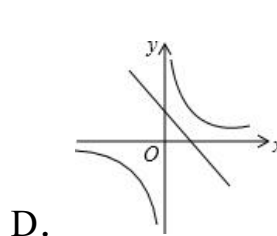
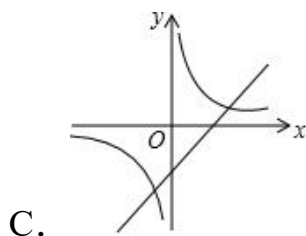
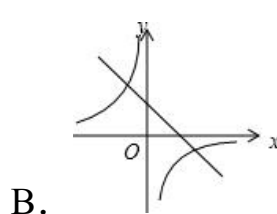
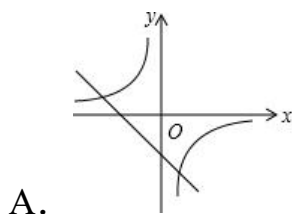
5. (主要对应目标: 91604, 91605, 91610) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形  $ABCO$

中, 点  $A$  的坐标为  $(-5, 0)$ , 对角线  $OB = 4\sqrt{5}$ , 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  过点  $C$ , 则  $k$  的值为 ( )

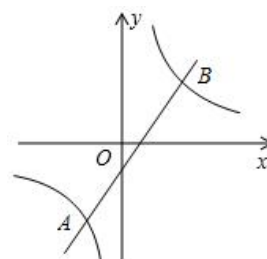


A. -9    B. -8    C. -15    D. -12

6. (主要对应目标: 91603, 91610) 函数  $y = kx + b$  与函数  $y = \frac{kb}{x}$  在同一平面直角坐标系中的大致图象正确的是 ( )



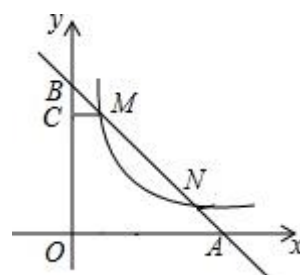
7. (主要对应目标: 91610) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 函数  $y = k_1x + b$  与  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_1 \cdot k_2 \neq 0$ ) 的图象相交于点  $B(2, 3)$ ,  $A(m, -4)$ , 则关于  $x$  的不等式  $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$  的解





集是\_\_\_\_\_.

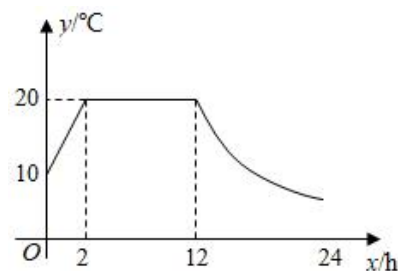
8. (主要对应目标: 91608,91610)如图所示, 一次函数  $y=k_1x+3$  ( $k_1 < 0$ ) 的图象与反比例函数  $y=\frac{k_2}{x}$  ( $k_2 > 0$ ) 的图象交于  $M$ 、 $N$  两点, 过点  $M$  作  $MC \perp y$  轴于点  $C$ , 已知  $CM=1$ , 则  $k_1 - k_2 =$ \_\_\_\_\_.



9. (主要对应目标: 91601,91603,91607)已知反比例函数  $y = (m - 2) x^{m^2 - m - 7}$
- (1) 若它的图象位于第一、三象限, 求  $m$  的值;
  - (2) 若它的图象在每一象限内  $y$  的值随  $x$  值的增大而增大, 求  $m$  的值.

10. (主要对应目标: 91605,91609)某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种新品, 如图是某天恒温系统从开始到关闭及关闭后, 大棚里温度  $y$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) 随时间  $x$  ( $h$ ) 变化的函数图象, 其中  $AB$  段是恒温阶段,  $BC$  段是双曲线  $y=\frac{k}{x}$  的一部分, 请根据图中信息解答下列问题:

- (1) 求  $k$  的值;
- (2) 恒温系统在一天内保持大棚内温度不低于  $15^{\circ}\text{C}$  的时间有多少小时?



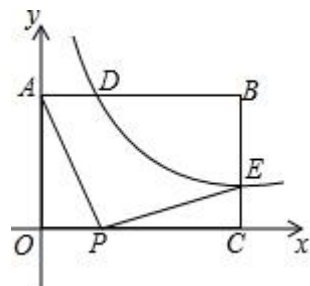
## 【拓展提升】

11. (主要对应目标: 91605, 91610) 如图, 矩形  $OABC$  的两边  $OA$ ,  $OC$  分别在坐标轴上,  $OA=3$ ,  $AB=4$ , 反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k>0$ ) 在第一象限的图象与矩形的两边  $AB$ ,  $BC$  分别交于点  $D$ ,  $E$ , 且  $BD=2AD$ .

(1) 求反比例函数的表达式和点  $E$  的坐标;

(2) 若连接  $OD$ ,  $OE$ ,  $DE$ , 则  $\triangle DOE$  的面积为 \_\_\_\_\_.

(3) 若点  $P$  是线段  $OC$  上的一个动点, 是否存在点  $P$ , 使  $\angle APE=90^\circ$ ? 若存在, 求出此时点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



## 【创新发展】

12. (主要对应目标: 91603, 91610) 如图是 4 个台阶的示意图, 每个台阶的高和宽分别是 1 和 2, 每个台阶凸出的角的顶点记作  $T_m$  ( $m$  为 1~4 的整数), 函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象为曲线  $L$ . 若曲线  $L$  使得  $T_1 \sim T_4$  这些点分布在它的两侧, 每侧各 2 个点, 则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

