**2021年高考文科数学一轮复习：题型全归纳与高效训练突破**

**专题4.5 正弦定理和余弦定理的应用**

目录

一、题型全归纳 1

题型一 利用正弦、余弦定理解三角形 1

题型二 判断三角形的形状 3

题型三 　与三角形面积有关的问题 5

命题角度一　计算三角形的面积 5

命题角度二　已知三角形的面积解三角形 6

题型四 三角形面积或周长的最值(范围)问题 7

题型五 解三角形与三角函数的综合应用 9

二、高效训练突破 11

# 一、题型全归纳

## 题型一 利用正弦、余弦定理解三角形

**【题型要点】**(1)正、余弦定理的选用

①利用正弦定理可解决两类三角形问题：一是已知两角和一角的对边，求其他边或角；二是已知两边和一边的对角，求其他边或角；

②利用余弦定理可解决两类三角形问题：一是已知两边和它们的夹角，求其他边或角；二是已知三边求角．由于这两种情形下的三角形是唯一确定的，所以其解也是唯一的．

(2)三角形解的个数的判断

已知两角和一边，该三角形是确定的，其解是唯一的；已知两边和一边的对角，该三角形具有不唯一性，通常根据三角函数值的有界性和大边对大角定理进行判断．

**【例1】 (2020·广西五市联考)**在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*a*＝1，*b*＝，*A*＝30°，*B*为锐角，那么*A*∶*B*∶*C*为(　　)

A．1∶1∶3 B．1∶2∶3

C．1∶3∶2 D．1∶4∶1

**【例2】(2019·高考全国卷Ⅰ)**△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*.已知*a*sin *A*－*b*sin *B*＝4*c*sin *C*，cos *A*＝－，则＝(　　)

A．6　　　　　　　　　　 B．5

C．4 D．3

【例3】**(2020·济南市学习质量评估)**已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且2*c*＋*a*＝2*b*cos *A*.

①求角*B*的大小；

②若*a*＝5，*c*＝3，边*AC*的中点为*D*，求*BD*的长．

## 题型二 判断三角形的形状

**【题型要点】**判定三角形形状的两种常用途径



**【易错提醒】**“角化边”后要注意用因式分解、配方等方法得出边的相应关系；“边化角”后要注意用三角恒等变换公式、三角形内角和定理及诱导公式推出角的关系．

**【例1】(2020·蓉城名校第一次联考)**设△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若*b*cos *C*＋*c*cos *B*＝*a*sin *A*，则△*ABC*的形状为(　　)

A．直角三角形 B．锐角三角形

C．钝角三角形 D．不确定

**【例2】**在△*ABC*中，若*c*－*a*cos *B*＝(2*a*－*b*)cos *A*，则△*ABC*的形状为 ．

## 题型三 　与三角形面积有关的问题

### 命题角度一　计算三角形的面积

**【题型要点】**1.△*ABC*的面积公式

(1)*S*△*ABC*＝*a*·*h*(*h*表示边*a*上的高)．

(2)*S*△*ABC*＝*ab*sin *C*＝*ac*sin *B*＝*bc*sin *A*.

(3)*S*△*ABC*＝*r*(*a*＋*b*＋*c*)(*r*为内切圆半径).

2.求三角形面积的方法

(1)若三角形中已知一个角(角的大小或该角的正、余弦值)，结合题意求解这个角的两边或该角的两边之积，代入公式求面积；

(2)若已知三角形的三边，可先求其中一个角的余弦值，再求其正弦值，代入公式求面积，总之，结合图形恰当选择面积公式是解题的关键．

**【例1】(2019·高考全国卷Ⅱ)**△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若*b*＝6，*a*＝2*c*，*B*＝，则△*ABC*的面积为 ．

**【例2】(2020·福建五校第二次联考)**在△*ABC*中，*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*a*2＋*b*2－*c*2＝*ab*，且*ac*sin *B*＝2sin *C*，则△*ABC*的面积为 ．

### 命题角度二　已知三角形的面积解三角形

**【题型要点】已知三角形面积求边、角的方法**

(1)若求角，就寻求这个角的两边的关系，利用面积公式列方程求解；

(2)若求边，就寻求与该边(或两边)有关联的角，利用面积公式列方程求解．

【提示】正弦定理、余弦定理与三角函数性质的综合应用中，要注意三角函数公式的工具性作用．

**【例3】(2020·湖南五市十校共同体联考改编)**已知*a*，*b*，*c*分别为△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边，(3*b*－*a*)cos *C*＝*c*cos *A*，*c*是*a*，*b*的等比中项，且△*ABC*的面积为3，则*ab*＝ ，*a*＋*b*＝ ．

**【例4】(2020·长沙市统一模拟考试)**已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且*a*sin(*A*＋*B*)＝*c*sin.

(1)求*A*；

(2)若△*ABC*的面积为，周长为8，求*a*.

##

## 题型四 三角形面积或周长的最值(范围)问题

**【题型要点】求有关三角形面积或周长的最值(范围)问题**

在解决求有关三角形面积或周长的最值(范围)问题时，一般将其转化为一个角的一个三角函数，利用三角函数的有界性求解，或利用余弦定理转化为边的关系，再应用基本不等式求解．

**【例1】(2020·福州市质量检测)**△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*.若角*A*，*B*，*C*成等差数列，且*b*＝.

(1)求△*ABC*外接圆的直径；

(2)求*a*＋*c*的取值范围．

##

## 题型五 解三角形与三角函数的综合应用

**【题型要点】标注条件，合理建模**

解决三角函数的应用问题，无论是实际应用问题还是三角函数与解三角形相结合的问题，关键是准确找出题中的条件并在三角形中进行准确标注，然后根据条件和所求建立相应的数学模型，转化为可利用正弦定理或余弦定理解决的问题．

**【例1】 (2020·湖南省五市十校联考)**已知向量***m***＝(cos *x*，sin *x*)，***n***＝(cos *x*，cos *x*)，*x*∈**R**，设函数*f*(*x*)＝***m***·***n***＋.

(1)求函数*f*(*x*)的解析式及单调递增区间；

(2)设*a*，*b*，*c*分别为△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边，若*f*(*A*)＝2，*b*＋*c*＝2，△*ABC*的面积为，求*a*的值．

**【例2】**△*ABC*中的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知*b*＝2*a*－2*c*cos *B*.

(1)求角*C*的大小；

(2)求cos *A*＋sin的最大值，并求出取得最大值时角*A*，*B*的值．

# 二、高效训练突破

**一、选择题**

1．**(2020·广西桂林阳朔三校调研)**在△*ABC*中，*a*∶*b*∶*c*＝3∶5∶7，那么△*ABC*是(　　)

A．直角三角形 B．钝角三角形

C．锐角三角形 D．非钝角三角形

2．**(2020·河北衡水中学三调)**在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且*b*2＋*c*2＝*a*2＋*bc*，若sin *B*sin *C*＝sin2*A*，则△*ABC*的形状是(　　)

A．等腰三角形 B．直角三角形

C．等边三角形 D．等腰直角三角形

3．**(2020·河南南阳四校联考)**在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若*b*＝8，*c*＝3，*A*＝60°，则此三角形外接圆的半径*R*＝(　　)

A. B.

C. D．

4．**(2020·湖南省湘东六校联考)**在△*ABC*中，*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，其中*b*2＝*ac*，且sin *C*＝sin *B*，则其最小内角的余弦值为(　　)

A．－ B.

C. D．

5．**(2020·长春市质量监测(一))**在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若*b*＝*a*cos *C*＋*c*，则角*A*等于(　　)

A．60° B．120°

C．45° D．135°

6.**(2020·河南三市联考)**已知*a*，*b*，*c*分别为△*ABC*三个内角*A*，*B*，*C*的对边，sin *A*∶sin *B*＝1∶，*c*＝2cos *C*＝，则△*ABC*的周长为(　　)

A．3＋3 B．2

C．3＋2 D．3＋

7．**(2020·湖南师大附中4月模拟)**若△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且*b*＝2，*c*＝，△*ABC*的面积*S*＝cos *A*，则*a*＝(　　)

A．1 B.

C. D．

8．**(2020·开封市定位考试)**已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，△*ABC*的面积为4，且2*b*cos *A*＋*a*＝2*c*，*a*＋*c*＝8，则其周长为(　　)

A．10 B．12

C．8＋ D．8＋2

9．**(2020·昆明市诊断测试)**在平面四边形*ABCD*中，∠*D*＝90°，∠*BAD*＝120°，*AD*＝1，*AC*＝2，*AB*＝3，则*BC*＝(　　)

A. B.

C. D．2

10.**(2020·广州市调研测试)**已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别是*a*，*b*，*c*，且＝，若*a*＋*b*＝4，则*c*的取值范围为(　　)

A．(0，4) B．[2，4)

C．[1，4) D．(2，4]

**二、填空题**

1.在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*满足sin *A*cos *C*－sin *B*cos *C*＝0，则三角形的形状为 ．

2．**(2020·天津模拟)**在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知*b*＋*c*＝2*a*，3*c*sin *B*＝4*a*sin *C*，则cos *B*＝ ．

3．**(2020·河南期末改编)**在△*ABC*中，*B*＝，*AC*＝，且cos2*C*－cos2*A*－sin2*B*＝－sin *B*sin *C*，则*C*＝ ，*BC*＝ ．

4.在△*ABC*中，*A*＝，*b*2sin *C*＝4sin *B*，则△*ABC*的面积为 ．

5．**(2020·江西赣州五校协作体期中改编)**在△*ABC*中，*A*＝，*b*＝4，*a*＝2，则*B*＝ ，△*ABC*的面积等于 ．

6．在△*ABC*中，*a*，*b*，*c*分别是内角*A*，*B*，*C*的对边，且*B*为锐角，若＝，sin *B*＝，*S*△*ABC*＝，则*b*的值为 ．

**三 解答题**

1**.(2020·兰州模拟)**已知在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且*a*sin *B*＋*b*cos *A*＝0.

(1)求角*A*的大小；

(2)若*a*＝2，*b*＝2，求边*c*的长．

2.在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*.

(1)若*a*＝3*c*，*b*＝，cos *B*＝，求*c*的值；

(2)若＝，求cos *B*的值．

3.**(2020·福建五校第二次联考)**在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别是*a*，*b*，*c*，且*a*cos *C*＝(2*b*－*c*)cos *A*.

(1)求角*A*的大小；

(2)若*a*＝2，求△*ABC*面积的最大值．

4．**(2020·广东佛山顺德第二次质检)**在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，2*b*sin *C*cos *A*＋*a*sin *A*＝2*c*sin *B*.

(1)证明：△*ABC*为等腰三角形；

(2)若*D*为*BC*边上的点，*BD*＝2*DC*，且∠*ADB*＝2∠*ACD*，*a*＝3，求*b*的值．

5**.(2020·重庆市学业质量调研)**△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知△*ABC*的面积为*ac*cos *B*，且sin *A*＝3sin *C*.

(1)求角*B*的大小；

(2)若*c*＝2，*AC*的中点为*D*，求*BD*的长．