

# 积累经验悟思想，沉淀文化提素养

## ——《圆》单元整体教学设计

教材版本：人民教育出版社 2022 年版

授课年级：六年级

单元总课时：10 课时

设计者：李想

执教者：李想

单元学习主题名称：探秘“圆周率”

### 一、内容剖析

《圆》这个单元的内容在图形与几何知识体系中起着什么作用？圆是曲线图形，是直线图形向曲线图形的转变，对于学生的认知来说，是开创了一个新天地，它前面承接着对周长和面积的认识，是周长和面积的持续学习。由直到曲，对于学生来说是全新的认知，学生已经完全熟悉于直线构成的图形，掌握了计量直线图形的周长和面积的方法，对于曲线图形，可能手足无措，因为直接用旧知识并不能解决新问题，必须用转化的方法，化曲为直。在化曲为直中，对学生来说仍旧是一个巨大的挑战，因为曲并不能化成绝对的直，而只能通过想象，运用极限的思想把曲看成近似的直。极限思想对于小学六年级的学生来说，体验也是非常困难的。《圆》这个单元的内容起着开创的作用，它不单是一个全新，而且关系着后面“圆柱和圆锥”的学习。这个单元的内容如果学

生理解顺畅，那么后续的学习就会很轻松，所以它又起着奠基的作用。因此，本单元的学习，需要让学生掌握圆的相关知识，感悟“化曲为直”、“等积变换”、“极限”等数学思想方法，以促进和发展学生的数学思维方法和解决问题的能力，同时结合探秘“圆周率”的活动，聚焦数学抽象、直观想象等数学核心素养，了解中国古代数学家的杰出贡献，体会数学文化的价值。

我们还进行了教材的横向比较，梳理人教和北师两个版本的教材对“圆”这部分内容的编排特点。

人教版教材是这样安排“圆”的内容的：圆的认识、圆的周长、圆的面积、扇形。在圆的认识内容编排中，先观察生活中的圆，再用不同的方法画圆，重点用圆规画圆，最后认识圆心、半径、直径。后面接着编排了用直尺和圆规综合设计直与曲相结合的图案。在圆的周长内容编排中，通过测量活动，得出一些不同的圆的周长与直径的值，计算周长和直径的比值，观察发现引出圆周率这个概念，知道了由半径和直径求周长的公式。在圆的面积内容编排中，把圆进行等份分割成近似的等腰三角形，拼成近似的长方形，根据等积变形，推导出圆的面积公式。接着用圆的面积公式解决环形、外方内圆、外圆内方这样的特殊问题。在扇形内容编排中，主要以认知的方式，结合图形认识弧、扇形、圆心角的概念。

北师大版是以课时的形式编排《圆》这部分的内容，安

排在六年级上册第一单元，一共分为 7 个课时：圆的认识（一）、圆的认识（二）、欣赏与设计、圆的周长，圆周率的历史、圆的面积（一）、圆的面积（二）。

通过对北师大版教材中“圆”的内容编排分析可以看出：北师大版教材把圆周率放到了很重要的位置，用大量的篇幅，专门用一课时的内容来学习圆周率，而不是像人教版教材教材把圆周率作为附着性介绍的内容。

对比两种教材，我们认为人教版重在认知体系，北师大版重在生成体系。两种版本的教材都把圆的认识、圆的周长和圆的面积作为主干，对于扇形，人教版作为一个知识点，北师大版则没有编排。两种版本的教材都体现了对圆周率的探究，人教版教材为学习圆的周长和面积而学习圆周率，其主体性在周长和面积，而北师大版教材把圆周率作为主体，作为解决圆的周长和面积的重要工具，可以说没有圆周率的创生，就没有解决圆周长和面积的普遍意义下的突破口，由此可以看出圆周率的主体性地位。

## 二、对照课标

《义务教育数学课程标准（2022 年版）》在课程内容的第 32 页第三学段内容要求：认识圆和扇形，会用圆规画圆；认识圆周率（例 22）；探索圆的周长和面积计算公式，能解决简单的实际问题。在第 33 页学业要求：会用圆规画圆，能描述圆和扇形的特征；知道圆的周长、半径和直径，了解

圆的周长与其直径之比是一个定值，认识圆周率；会计算圆的周长和面积，能用相应公式解决简单的实际问题。在第 35 的教学提示中又指出：圆的教学可以列举生活中的实例，引导学生概括圆的特点，利用圆规画圆，加深对圆的理解。引导学生经历探索周长与直径之比是一个常数的过程，认识圆周率，讲述祖冲之的故事（例 22），加深对圆周率和小数数位的理解，了解中国古代数学家的杰出贡献，传播数学中的中华优秀传统文化，让学生借助操作探究和掌握圆的周长和面积公式解决实际问题。

### 三、学情分析

#### 1. 儿童对圆周率的前认知

在《圆》这个单元中，圆周率起着至关重要的作用，它是计算圆的周长和面积的关键点，是了解曲线图形的切入点。对于圆周率，学生知道哪些？我们设计了调查单，以谈话的形式，调查学前情。

#### 调 查 单

班级：                      姓名：

- （1）你知道圆周率吗？如果知道，请说一说圆周率是什么？你是通过什么渠道知道了的？
- （2）圆周率有什么作用？如果知道的话请说一说。
- （3）圆周率是怎样求得的？如果知道的话请说一说。
- （4）你知道圆周率的值吗？如果知道的话请说一说。

通过对学生的问询调查，我们发现，大部分学生表示不知道圆周率，小部分知道的学生有的说是在课外书上看到的，有的说是听家人说的，还有的说看过六年级的数学书，或者在网络上看到过。对于圆周率，知道的学生中有的知道用字母“ $\pi$ ”表示，有的说它的值是 3.14。

从调查中我们知道了，圆周率对于大部分学生来说是新鲜事物，他们知道圆，知道圆的半径、直径，但是对于圆周率这个隐含的数学概念则不清楚，更不用说对它的全面了解。因此我们就可以从认识“圆周率”开始，围绕着“圆周率”这个主题展开《圆》这部分的教学。

## 2. 学中情

在学习中，学生最容易出现哪些问题？哪些地方是易错点？哪些地方学生认知模糊？课堂教学中，我们通过提问的方式，来了解学生的学中情。比如在“认识圆”这个课时中，当学生用圆规画出圆时，我们提问学生指一指圆心在哪里？说一说圆心在画圆时起什么作用？画一画半径、直径，说一说什么是半径？什么是直径？半径和直径在画圆时起什么作用？描一描圆的周长，摸一摸圆的面积。通过这样的课堂中操作活动，我们发现，学生对半径认知比较清晰，对直径认知模糊，认为圆内的线段就是直径。部分学生对圆的周长认识不明确，认为直的线才是周长，把周长认同为圆内的直线。对圆的面积学生认知较清晰，知道是曲线所围成的平面

区域。由此，我们确定了课堂中把对周长的认识作为重点，不但让学生明确圆的周长，而且明确半圆的周长、扇形的周长、组合图形的周长、阴影图形的周长等，为以后解决周长的相关问题扫除认知上的障碍。

### **3.学后情**

学生学习之后最容易出现的错误是什么？哪些地方学生在学习之后仍旧认知模糊，原因在哪里？我们通过走访上届学生，与上届老师交流，查阅上届学生的作业、试卷等了解学后情。

在问询和查阅中我们发现，学生对钟表的指针运动轨迹这类问题认知模糊，分不清问题所描述的是要求周长还是求面积，计算中出现错误也比较多。我们还发现，在圆的面积推导中，把圆转化为近似的长方形，长方形的长和圆的周长之间的关系学生认知不清，题目中牵涉到这方面的习题错误较多。由此我们确定了，在推导圆的面积公式时，对圆形的转化作为课堂中的重点进行探究，让学生通过亲手拼，反复拼，自己说，小组交流，学生代表展示，动画演示等方式让学生充分认知，重点放在关系的认知上，而不是像以往的教学放在公式的推导上。在拼图时，不局限于书本上的拼成近似的长方形，有的学生拼成了近似的三角形、梯形，这个学生认为拼成的是近似的平行四边形。通过这样充分的拼接，学生对转化的前后关系认知更清晰，印象更深刻。

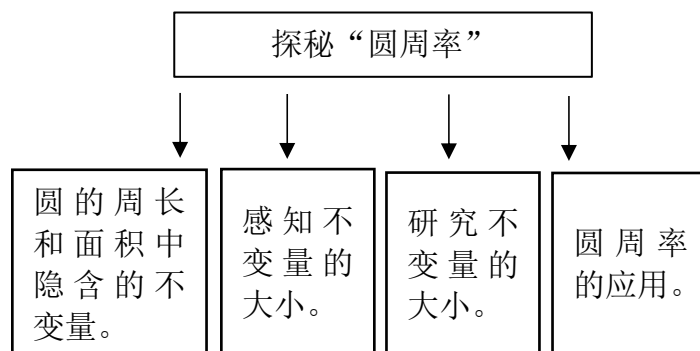
对钟表的指针的相关问题，我们通过动画演示的方式。让学生直观看到指针的针尖运行的轨迹是圆的周长，植入点动成线的观念，而指针扫过的区域是圆的面积。我们通过实物钟面让学生观察，明确时针、分针与秒针的运动，由此学生清晰了它们运动的说法，特别是题目中为什么选用分针和时针叙述题意，而不选用秒针的道理。因为在大多数钟表中，连接秒针的点不在秒针的一端，而在它的 $\frac{3}{4}$ 处，这样秒针就分为两段，描述问题时不易表述清楚，更会让人认知不清。如何减少计算中出现错误？记忆 $\pi$ 取 3.14 这个近似值时 2  $\pi$  到 9  $\pi$  的结果。

通过这样的学前情、学中情、学后情的研究，教学中我们就能做到有的放矢，而不是平均用力，从而提升教学效果。

## 四、大单元主题

### 1.单元大主题：探秘“圆周率”

带领学生详细了解圆周率的产生、作用和意义，在数学史上的发展过程，古今中外对圆周率的研究，全面认识圆周率。



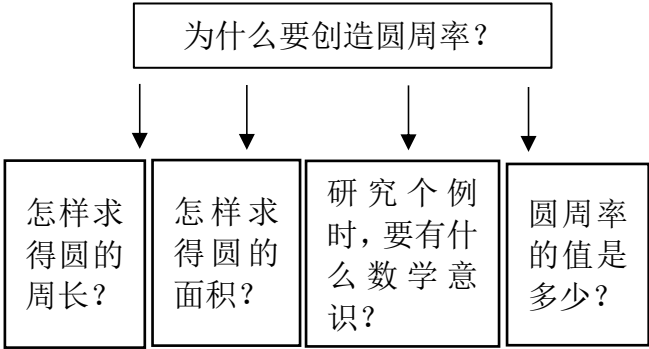
本单元大主题，要通过这几个小主题达成：圆的周长和

面积中隐含的不变量、感知不变量的大小、研究不变量的大小、圆周率的应用。

2.单元大问题

根据确定的单元大主题，我们提出了单元大问题：古人在研究圆时，为什么创造出圆周率？

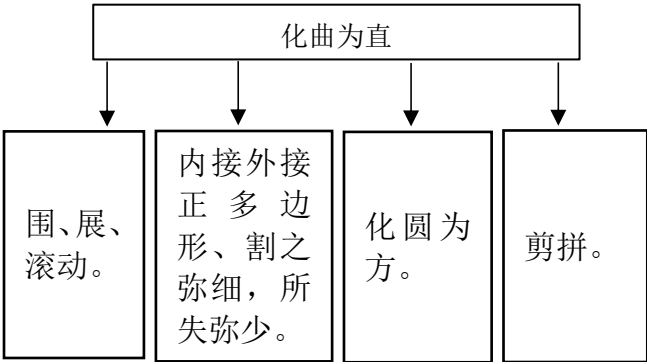
本单元将围绕“为什么要创造圆周率？”进行探究，明确圆周率在研究曲线图形的周长和面积中所起到的开创作用，可以说，没有圆周率的创生，就发现不了求圆的周长和面积时所具有的通用公式，就不会有今天数学的发展，也不会有今天繁荣的生活。



为了达成这个大问题，我们又提出了几个小问题：怎样求得圆的周长？怎样求得圆的面积？研究个例时，要有什么数学意识？圆周率的值是多少？

3.单元大概念

基于单元大主题，我们确定了本单元的大概念为化曲为直。





在化曲为直这个大概念的统领下，引出下列子概念：围、展、滚动、内接外接正多边形、割之弥细，所失弥少、化圆为方、剪拼。

## 五、大单元教学目标

1.使学生认识圆，学会用圆规画圆，掌握圆的基本特征，认识扇形，掌握扇形的基本特征。

2.理解圆周率的意义，理解和掌握圆的周长计算公式，理解和掌握圆的面积计算公式，并能解决一些相应的实际问题。

3.充分了解圆周率的发展史，明确圆周率在数学发展中的重要地位。

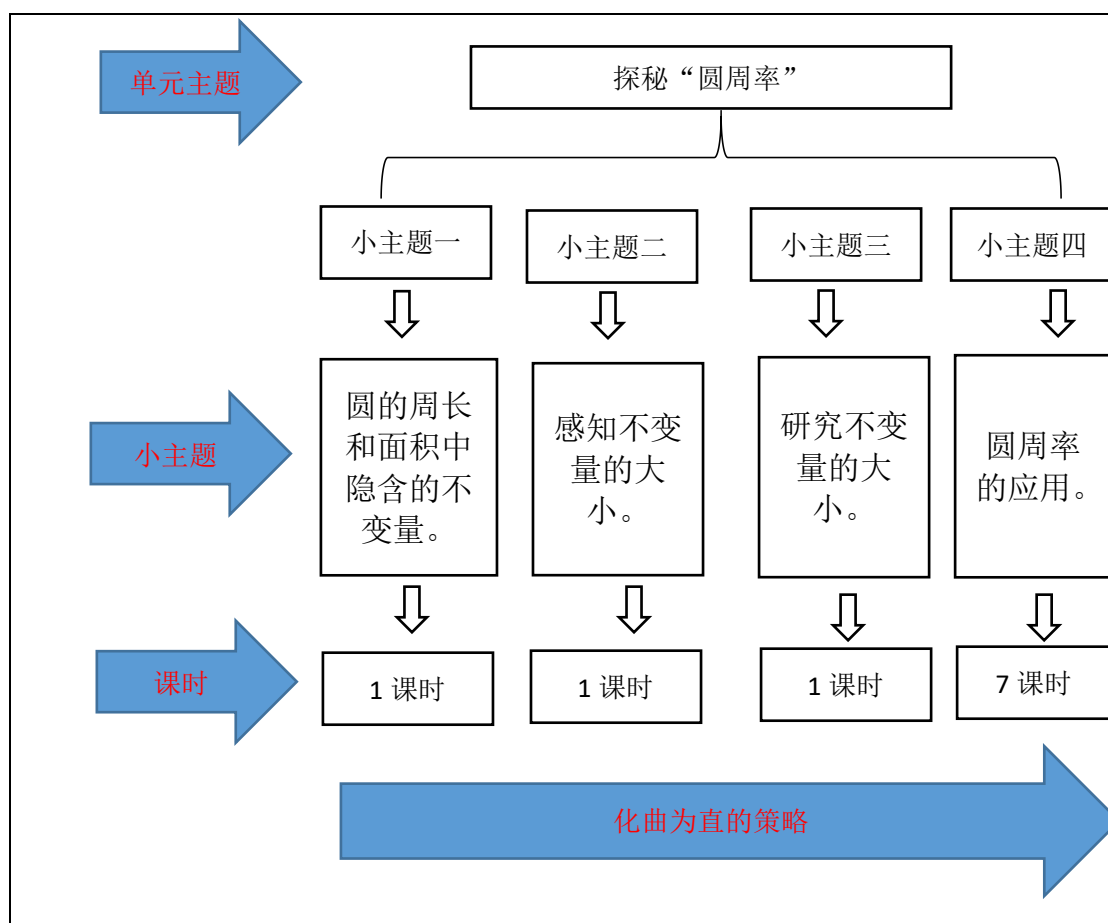
4.使学生在推导圆的周长与面积的计算公式过程中，启发和掌握转化极限等数学思想。

5.使学生经历尝试、探究、分析、反思的过程，增加数学活动经验，感受数学之美，了解数学史、数学文化，提高学习数学的兴趣。

单元教学重点：体会圆周率在几何与图形发展中所起的开创作用。

单元教学难点：感受圆周率在研究圆的周长和面积时所起到的定值特点。

## 六、大单元教学思路



## 七、课时教学规划

### 1.增补教学内容

围绕“探秘圆周率”这个单元主题，我们增补了“神奇的兀”这一课时内容，用来专门介绍兀的历史，介绍圆周率的产生、发展和在数学发展史中的地位，凸显圆周率在几何与图形发展中的意义。在这个课时中，详细介绍了刘徽的“割圆术”和祖冲之的“祖率”，使儿童感受到我国数学文化的博大精深，提升民族自豪感。同时也介绍了圆周率在西方世界的发展以及西方人对圆周率的迷恋，使儿童感受到数学文化的相通性，数学无国界，圆周率是人类共同的财富，同时

感受到圆周率的产生是数学发展的必然性，是人类社会生活的必然，而不是某个地域的独有产物。

## 2.调整课时内容

### 单元内容重构前后对照情况

人教版教材中的内容安排 (12 课时)	调整后以“圆周率”为主线的 单元内容结构 (10 课时)
圆的认识	博古通今认识圆(含周长和面积的认识)
设计图案、练习十三	探秘圆周率
圆的周长	神奇的兀
练习十四	圆的周长
圆的面积公式推导	半圆的周长和组合图形、阴影图形的周长
例 1: 圆的面积公式应用	圆的面积的感知
例 2: 圆环的面积	探索圆的面积
例 3: 外方内圆和外圆内方	圆的面积的公式运用及拓展 (拓展包含“扇”始之“圆”、 方圆之间、“圆”来“圆”去、 环形的面积等)
练习十五	整理和复习
扇形	确定起跑线
整理和复习	

练习十七	
确定起跑线	

我们精简了课时，主要的课时数用在了对圆周率的感知、探究和了解上，而减少了运用圆周率的练习课时，我们的调整理念是“理解充分，运用就不成问题，主要培养学生发现问题的意识，寻找规律的意识”。

通过我们的课时内容调整不难发现，我们把扇形的认识，圆的周长、圆的面积的认识归到了圆的认识之中，这些是学习圆的周长和面积的基础，教材内容的编排对这些内容进行了割裂，不利于整体性学习，不利于形成知识的结构化。在第 1 课时中进行了广而充分的认识，下面的学习主要就是围绕圆周率的学习，凸显了我们所设定的主题学习。

在练习题的设定中，我们围绕圆周率的感知、探究，选择其他教材中的一些习题，力图是学生对圆周率的感知更充分，同时了解一些古今中外探究圆周率的方法。

在圆的面积的探究中，我们不但放手让学生拼接成近似的平行四边形、长方形、三角形和梯形，进而推导出圆的面积公式，而且介绍了一些历史上探究圆的面积的方法，比如剪线法，扩大了学生的眼界，提高了学生学习数学的兴趣。

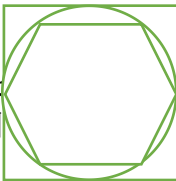
## 八、单元课时备课

### 1.课时备课

课时	学习目标	学习内容	学习活动	学习资源
第1课时	<p>1.在画圆中认识圆，认识圆心、半径、直径、圆的周长、圆的面积、扇形、弧、圆心角。</p> <p>2.让学生在活动中体验圆是轴对称图形，进行圆与其它直线图形的平移和旋转的比较活动。</p> <p>3.让学生学会用分解的方法分解有关圆的组合图形，能自行创造有关圆的美丽图形。</p> <p>4.培养学生的动手能力、对图形与空间的想象能力；培养学生学习数学的兴趣，培养学生间的合作、交流能力；发展学生的求知欲，培养学生独立探索的能力。</p>	圆的认识、扇形的认识、设计美丽图形。	<p>1.运用手中的工具画圆。</p> <p>2.运用圆规画圆。</p> <p>3.对折圆，认识圆心、半径、直径、</p> <p>4.摸圆，感知圆的周长、圆的面积。</p> <p>4.折叠圆，认识扇形、弧、圆心角。</p> <p>5.观察由圆形成的组合图形，分解组合图形，自行设计由圆组成的美丽图案。</p>	细线绳、圆形瓶盖、圆规、圆形卡片、大自然中由圆组成的美丽图案视频。
第2~5课时	<p>1.在测量圆的周长的过程中，感知转化思想，体会化曲为直的观念，感知圆的周长与直径之间的不变关系，培养学生寻找规律的意识，发展学生在变中找不变的能力。</p> <p>2.使学生全面认识圆周率的产生、作用及发展过程，感知圆周率在数学发展史中的重要地位，培养学生的创造意识，树立民族自豪感。</p> <p>3.使学生明确圆的周长、半径、直径之间的关系，能灵活解决有关圆的周长问题。</p> <p>4.使学生能解决较复杂的有关圆的周长问题，发展学生深度思考的能力，培养学生敏锐的观察力，提高学生的图形与空间想象能力。</p>	测量圆的周长，感知圆周率；神奇的 $\pi$ ；圆的周长与半径、直径之间的关系；半圆的周长、组合图形的周长、阴影图形的周长。	<p>1.测量圆的周长，感知圆的周长大于直径的3倍，小于直径的4倍。</p> <p>2.介绍圆周率的历史，在记忆<math>\pi</math>值的比赛中感受<math>\pi</math>的神奇。</p> <p>3.自行推导圆的周长公式，用圆的周长公式解决实际问题。</p>	圆形卡片、细线绳、直尺、卷尺、软尺、圆周率的视频、圆周率的介绍资料。

第6~8课时	<p>1.让学生在探究圆的面积过程中感知圆周率，明确圆周率的重要作用。</p> <p>2.通过剪拼活动，让学生体会转化思想，感知化圆为方的观念，体验迁移的数学学习方法。</p> <p>3.在推导圆的面积公式过程中培养学生的推理能力，发展学生的推理意识。</p> <p>4.扩大学生的视野，培养学生多种方法解决问题的意识，提高学生学习数学的兴趣，发展学生的图形与空间想象能力，提升学生的符号意识和模型意识。</p>	感知圆的面积、探索圆的面积、推导圆的面积、用圆的面积公式解决实际问题、深化圆的面积公式的运用。	<p>1.自行探索圆的面积。</p> <p>2.通过数方格的方法，感知圆的面积大于半径的平方的3倍，小于半径的平方的4倍。</p> <p>3.通过剪拼的方法，把圆转化为近似的长方形，推导圆的面积公式。</p> <p>4.运用圆的面积公式解决实际问题，寻求用圆的面积公式解决特殊图形如环形的面积的简捷公式。</p>	画有圆的方格纸、用来拼接转化的圆的学具、圆的面积公式推导的特殊方法视频、组合图形动态拆分重组动画。
第9课时	<p>1.让学生用列表格、画思维导图等方法整理《圆》单元内容，培养学生的归纳能力。</p> <p>2.重温学习过程，形成整体的知识结构，培养学生的建构意识。</p> <p>3.反思学习过程中的易错点、易混点，培养学生的反思能力，发展学生的评价意识。</p>	提炼和整理《圆》单元内容。	<p>1.回顾整理知识的方法。</p> <p>2.回顾学习的过程，用分层次的方法整理单元内容。</p> <p>3.提出学习中的困惑，解题过程中的易错点、易混点。</p> <p>4.对学习自我评价，同伴间相互评价。</p>	思维导图样板、树状图样板、表格样板。
第10课时	<p>1.通过探究操场中起跑线问题，提升学生用所学知识思考并解决生活中实际问题的意识。</p> <p>2.在探究问题的过程中，培养学生寻找规律的意识，提升知识间的链接能力。</p> <p>3.培养学生用数学的眼光观察问题，用数学的思维思考问题，用数学的语言描述问题，用数学的方法解决问题的能力。</p>	确定操场上的起跑线。	<p>1.观察操场上的起跑线，提出问题。</p> <p>2.探究相邻两跑道间的距离差。</p> <p>3.寻找计算跑道间距离差的通用公式。</p> <p>4.运用公式解决实际问题。</p> <p>5.提出生活中其它有关圆的问题。</p>	奥运会中的400米赛跑视频、绘图工具、计算器。

## 2.单元探究性作业设计

课时	作业内容	评价标准	设计意图
第1课时	<p>课前作业：利用手中工具画圆，做圆。</p> <p>课中作业：1.通过操作确定一个圆的圆心，半径、直径。</p> <p>2.通过操作设计一个扇形。</p> <p>3.绘制教材中第59页的图形，能自己创造一个用圆规和直尺绘制的图形。</p> <p>课后作业：在方格纸中画出一个圆的对称轴，并对其进行平移和绕圆心旋转，你发现了什么？</p>	<p>1.观察学生操作是否具有多样性。</p> <p>2.在学生操作活动中，确定其对概念的理解程度。</p> <p>3.观察学生思维的灵活性，估计思考的深度。</p>	<p>1.培养学生动手操作的能力，提高学生几何直观、空间观念、创新意识等数学核心素养。</p> <p>2.在操作活动中观察确定学生对概念的理解程度，从而及时调整教学方式。</p> <p>3.培养学生思维的灵活性，促进学生高阶思维的发生。</p>
第2~5课时	<p>课前作业：观察图形，思考并回答：</p> <div data-bbox="327 963 782 1142">  <p>(1) 圆的周长、正六边形的周长、正方形的周长，有什么关系？</p> <p>(2) 如果圆的直径用 <math>d</math> 表示，那么正方形的周长、正六边形的周长可以怎样表示？对比圆的周长，你有什么发现？</p> </div> <p>课中作业：分小组测量三个大小不同圆片的周长和直径，并分别计算周长与直径的比值，你有什么发现？再测量几个大小不同圆的周长和直径，通过计算验证你的发现是否正确。</p> <p>课后作业：圆的周长、半径、直径、圆周率分别用字母 <math>C</math>、<math>r</math>、<math>d</math>、<math>\pi</math> 表示，根据 <math>C \div d = \pi</math>，请你自行推导由直径求周长的公式，由半径求周长的公式，由周长求直径的公式，由周长求半径的公式。</p>	<p>1.观察学生能否看出圆的周长小于正方形的周长而大于正六边形的周长。</p> <p>2.明确学生能否感知出圆的周长小于直径的4倍而大于直径的3倍。</p> <p>3.观察学生测量的多样性，测量的准确性，计算值的范围。</p> <p>4.测定学生能否发现圆的周长与直径的比值在3~4之间。</p> <p>5.观察学生的推理过程是否正确。</p>	<p>1.考察学生的识图能力，培养学生的符号意识、几何直观、空间观念、估算意识、推理意识等。</p> <p>2.培养学生的归纳能力，提高学生研究的严谨意识和提炼、分析数据的数据意识。</p> <p>3.培养学生正向和逆向的思维能力和应用符号进行推理的意识，提高学生抽象思维能力。</p>
	<p>课前作业：请用数方格的方法，分别计量图中圆的面积。请思考：</p>	<p>1.学生能否看出圆的半径是正方形的边长，正方形的面积大于圆的面积的 <math>1/4</math>，由此归</p>	<p>1.通过观察、计算进行感知，知道圆的面积与它半径的平方的关系——圆的面积是它的</p>

第6~8课时	 <p>(1) 圆的半径用 <math>r</math> 表示，图中正方形的面积怎样表示？正方形中含有多少个小方格？</p> <p>(2) 比较圆所含有的小方格数量和正方形所含有的小方格数量，你有什么发现？</p> <p>课中作业：1.讨论：怎样精确求圆的面积？圆的面积与圆周率是否有关系？</p> <p>2.把圆沿着半径剪开成大小相同的4个小等腰三角形，进行拼接。如果剪成8个小等腰三角形拼接，剪成16个小等腰三角形拼接，剪成32个小等腰三角形拼接.....你有什么发现？拼成的近似的平行四边形和圆的面积有什么关系？平行四边形的底和圆的什么相等？平行四边形的高呢？如果圆的半径用 <math>r</math> 表示，请你计算平行四边形的面积。你推导出了什么结论？</p> <p>你拼成的还有其它的我们学过的近似图形吗？如果有，请你也计算一下它的面积。这次的面积计算结论和上面得出的结论是否相同？</p> <p>课后作业：用三根长都是31.4厘米的绳子分别围成圆、长方形和正方形，分别计算它们的面积，你有什么发现？请你任意设定绳子的长度，运用计算器进行计算验证你的结论。</p>	<p>纳出圆的面积小于半径的平方的4倍。</p> <p>2.通过数小方格或进行计算，学生能否发现圆的面积大于半径的平方的3倍，从而感知到圆的面积是它的半径的平方的3倍多一些。</p> <p>3.在剪拼中学生能否拼成近似的三角形、梯形，能否运用极限的思想看曲为直，想象出所拼成的图形的边最终是直的。</p> <p>4.学生能否利用拼成的近似学过图形推导出圆的面积公式，利用拼成的其它图形通过计算推导验证这个公式。</p> <p>5.学生能否在计算中发现周长相等的图形，圆的面积 &gt; 正方形的面积 &gt; 长方形的面积。</p>	<p>半径的平方的3倍多一些，培养学生的估算能力，使学生养成估算的意识。</p> <p>2.通过转化，促使学生高阶思维的发生，培养学生的转化意识、推理意识、模型意识、创新意识。</p> <p>3.培养学生自主研究的意识，在比较中发现规律，通过验证检验规律的普遍性。</p>
第9课时	<p>课前作业：用自己的方法整理单元内容。</p> <p>课中作业：运用思维导图的方法围绕单元概念整理单元内容。</p> <p>课后作业：围绕圆周率，依据感知、精确、应用、意义、地位的</p>	<p>学生能否围绕单元大概念梳理出单元的子概念，并标识出它们之间的关系。</p>	<p>1.培养学生的反思能力，提高学生的分析、总结、组织能力。</p> <p>2.培养学生的评价意识、合作意识、</p>



	思路书写一篇数学小论文。		交流意识，提升学生的表达能力。
第10课时	<p>课前作业：一个环形的内圆半径是1厘米，环宽是<math>r</math>厘米，内圆和外圆的周长相差多少厘米？如果内圆半径是2厘米、3厘米、4厘米呢？你有什么发现？</p> <p>课中作业：如图进行400米跑，直道的长度是85.96米，第一条半圆形跑道的直径为72.6米，每条跑道宽1.25米。请你计算出每一条跑道的长度，你有什么发现？如果跑道宽为<math>r</math>米，你能得出什么结论？</p> <p>课后作业：在上面的跑道中进行200米跑，怎样确定起跑线？</p>	<p>1.通过计算学生能否发现同心圆的周长差只与环宽有关系。</p> <p>2.通过计算学生能否发现、推导出计算跑道差的公式。</p>	<p>1.考察学生综合运用知识的能力，提升学生发现规律的意识。</p> <p>2.引发学生深度思考，使思维得到提升。</p> <p>3.培养学生的数感、量感、符号意识、运算能力、几何直观、推理意识等数学核心素养。</p>

### 3.单元持续性评价设计

序列	评价目标	评价任务	评价标准	评价方式
第1课时	<p>1.通过活动自主发现圆心、圆的半径和直径，并能发现直径和半径之间的倍数关系。</p> <p>2.通过活动能够正确辨识扇形、弧和圆心角。</p> <p>3.能够用圆规画圆，并能分解组合图形，会用直尺和圆规画组合图形，自主创造组合图形。</p> <p>4.在活动中认识到圆是轴对称图形，圆的平移和旋转与其它直线图形的不同。</p>	<p>1.观察学生能否通过折叠活动找到圆心，发现半径和直径的特点。</p> <p>2.观察学生在活动中能否理解扇形是圆中特殊的一部分，是由两条半径和所夹的弧所围成的部分。</p> <p>3.观察学生理解圆是轴对称图形的方法，对圆平移和旋转的口头描述。</p> <p>4.观察学生用圆规和直尺复制组合图形的方法，创设新的组合图形的思路。</p>	<p>1.能够折叠，不能说出圆心、半径、直径的作用，不能说出半径、直径的概念特点，不能说出半径和直径之间的倍数关系。</p> <p>2.能够折叠，能说出圆心、半径、直径的作用，能说出半径、直径的概念特点，能说出半径直径之间的倍数关系。</p> <p>3.不能够正确认识扇形，认为圆的任一部分就是扇形，认为只有圆心角小于180度的是扇形。</p> <p>4.能够正确认识扇形，并能明确扇形与圆的关系。</p> <p>5.能够认识到圆是轴对称图形，但是不能想象到圆有无数条对称轴。不能正确分解组合图形，不能创造出组合图形。</p> <p>6.能认识到圆是轴对称图形，能体会到圆有无数条对</p>	课堂观察、课前预习单、课中学习单、结果展示、课后作业呈现

			称轴。能正确分解组合图形,并能创造出新的组合图形。	
第2~5课时	<p>1.培养学生的观察能力、推理意识、几何直观、空间观念的数学核心素养。</p> <p>2.提高学生的符号意识,培养学生思维的灵活性。</p> <p>3.深化学生理解概念的能力,培养学生分解、组合、转化的数学思维方法。</p>	<p>1.观察学生能否发现圆的周长大于直径的3倍而小于直径的4倍。</p> <p>2.观察学生测量圆的周长误差大小,计算圆的周长与直径的比值结果情形。</p> <p>3.观察学生思维的灵活性,能否理清圆的周长、直径、半径之间的关系,能否用字母符号表达出来它们之间的关系,能否正确认识半圆的周长、阴影图形和组合图形的周长。</p>	<p>1.不能通过直接观察发现圆的周长与直径的关系。</p> <p>2.能借助图形发现圆的周长大于直径的3倍而小于直径的4倍。</p> <p>3.测量圆的周长误差过大,计算圆的周长与直径的比值小于3或大于4。</p> <p>4.测量圆的周长误差在一个合理的范围内,所计算圆的周长与直径的比值在3与4之间。</p> <p>5.不能厘清圆的周长、半径与直径之间的关系,不能用字母符号正确表达他们之间的关系,对半圆的周长、组合图形和阴影图形的周长理解不清晰。</p> <p>6.能正确厘清圆的周长、半径与直径之间的关系,并能用符号正确表达关系。能正确理解半圆的周长、阴影图形和组合图形的周长,并能通过移动、转化、组合的方法简捷计算它们的周长。</p>	调查、课中观察、提问、学习单、课中练习、小组汇报展示、课后作业
第6~8课时	<p>1.培养学生感悟学习方法,能有意地运用迁移于学习之中,能够有效地运用转化的思想解决新问题。</p> <p>2.提高学生的感悟能力,培养学生思维的灵活性,解决问题的多样性。</p> <p>3.提高学生灵活运用平移、旋</p>	<p>1.通过观察、数方格、计算等方法,关注学生能否发现圆的面积大于半径的平方的3倍,而小于半径的平方的4倍。</p> <p>2.观察学生是否拥有转化意识、迁移观念,能否想到把圆转化成学过的图形,关注转化的多样</p>	<p>1.能正确运用数方格法计算面积,不能发现圆的面积与半径的平方关系。</p> <p>2.能运用数方格方法计算面积,能发现圆的面积大于半径的平方的3倍,而小于半径的平方的4倍。</p> <p>3.没有转化意识,解决圆的面积问题无从下手。</p> <p>4.拥有迁移和转化意识,能够联想到以前的学习方法探索圆的面积问题,但是不能体会到圆转化后的图形是直线图形。</p>	预学单、课中观察、提问、汇报、交流、展示、练习、课后作业、学后测

	<p>转、分解、组合的方法解决问题的能力,培养学生的空间想象能力,提升创新意识。</p>	<p>性,关注推导过程。</p> <p>3.关注学生解题方法的灵活性,能否正确运用分解和转化方法简捷解决几何与图形问题。</p>	<p>5.能够体会到圆转化后的图形是直线图形,转化结果多样化,并能推导出和验证圆的面积公式。</p> <p>6.不能分解和重组有关圆的面积组合问题,对于稍复杂的面积问题无从下手。</p> <p>7.不能分解和重组圆的面积组合问题,但是能用组合的方法解决问题。</p> <p>8.能分解和重组圆的面积组合问题,能寻找到简捷的方法解决组合面积问题。</p>	
第9课时	<p>1.培养学生的反思能力和评价意识,提高学生组织知识的能力。</p> <p>2.培养学生总结能力,深化学生的数感、量感、符号意识、模型意识、应用意识。</p>	<p>1.观察学生自主总结单元知识的方法,表达组织知识结构的水平。</p> <p>2.关注学生用思维导图进行单元知识总结的水平,关注学生的反思情况。</p>	<p>1.学生进行单元知识总结简单,不能形成结构化。</p> <p>2.学生能够用多种方法进行单元知识结构总结,并且能够形成整体知识结构化,但是结构不清晰,有重叠现象和错乱现象。</p> <p>3.学生能够清晰表达出整体知识结构化,层次分明,结构严谨,知识之间连接正确。</p>	<p>课前作业单、课中学习单、课后作业单</p>
第10课时	<p>1.培养学生生活中发现问题的意识,探索问题的意识。</p> <p>2.提高学生综合运用知识解决问题的能力,培养学生的应用意识,创新意识。</p> <p>3.发展学生用数学的思维思考生活中的问题意识,在解决问题中寻找规律的意识。</p>	<p>1.观察学生能否在实际情境中提出数学问题。</p> <p>2.关注学生能否在解决问题的过程中找到关键点,并有效组织学过的知识解决问题。</p> <p>3.观察学生是否拥有寻找规律的意识,能否在特殊问题中找到具有普遍性的规律。</p>	<p>1.不能在实际情境中提出有效的数学问题。</p> <p>2.能在实际情境中提出有效的数学问题,但是不能寻找到解决问题的关键点。</p> <p>3.能在实际行动情境中提出有效的数学问题,能寻找到解决问题的关键点,并且能够有效组织学习过的知识解决问题,但是没有总结规律的意识。</p> <p>4.能够提出有效问题,并寻找到问题的关键点,能有效解决问题,并能有意识地寻求规律。</p>	<p>课中提问、讨论、交流、自主学习单、课后作业、访谈</p>

## 4. 重要课时教学设计

### 第一课时

教学内容：博古通今认识圆

教学目标：

- 1.认识圆的特征，初步学会画圆，发展空间观念。
- 2.在认识圆的过程中，感受研究的一般方法，享受思维的乐趣。

教学过程：

#### 一、情景中发现“圆”

观看视频：回首为新中国成立带来胜利的独轮车，到新中国初期浩浩荡荡的自行车王国，再到改革开放后小康社会的摩托车，川流不息的小轿车，穿梭云间的大飞机，这些交通工具无不展示着中国的巨变，无不凝结着中国人无尽的智慧。这节课就让我们博古通今，去领略前人的智慧，进一步认识一下圆。

1.纵观刚刚提到的这些交通工具，都有哪些共同的特点？ 预设：都有轮子。

2.你能提出什么问题？

预设：轮子为什么是圆的。

#### 二、教学新知

##### （一）尝试画圆

1.要解决这个问题，我们首先要知道什么是圆。

大家能根据自己的观察，尝试用多种方法画圆吗？（学生尝试后，投影展示）

预设：①实物；②圆规；③绳子；④手。

2.同学们用了那么多方法画出了圆，说明大家都动脑筋了，综合这些画法，大家讨论一下各种方法的优缺点吧。

预设：实物：固定的、不圆；绳子麻烦；圆规方便且能调大小

## （二）特征研讨

1.你觉得圆有什么特征呢？

预设：角、边。没有角、一条边、曲线围成。

2.圆还有什么特别的地方？

预设：轴对称图形。

3.几条对称轴？对称轴是圆的什么？

预设：无数条；直径所在的直线。

## （三）古人成果一

1.早在战国时期，墨子就对圆给出了定义，说：圆，一中同长也。你能用自己的语言解释一下吗？

预设：圆心、半径

2.同意墨子的话吗？二中？（位置）不同长？（大小）

3.不过你看看。正三角形，正方形，正五边形，正六边形他们不是一中同长吗？认为正三角形，正方形，正五边形，

正六边形也是一中同长的，请举手。认为不是一中同长的请举手。

预设：它们相等的线段是有限的，圆是无数条。

4.为什么圆是无数条？

预设：圆心到圆上的半径都相等，相等的半径有无数条，圆上有无数个点，这些点和圆心的连线有无数条。

5.刚才同学说圆没有角、一条边、边是曲线，那么没有角、一条边、边是曲线的就是圆吗？是一中同长吗？出示 PPT。

预设：不是。不是一中同长。

6.墨子的这一发现，比世界其他国家早了一千多年，让我们带着这种自豪，学着古人的样子来说一说这句话。

老一些、思考的味道、手上可以加些动作。

（四）古人成果二

1.刚才我们在交流的时候已经认识了圆，画圆最好的方式是用什么？

预设：圆规。

2.孟子：不以规矩，不能成方圆。规就是圆规，距就是带着直角的尺，规是用来画圆的，距是用来画方的。所以画圆一般要用圆规。会用圆规画圆的举手。都会，那我还教什么，大家自己画吧，画一个直径是 4cm 的圆。

3.用这样的圆规画圆，手必须拿着哪，圆规就不动了？

预设：拿着圆规的头，捏着它的两条腿。

3.老师在巡视时，我发现你们画得较规范的圆，大小不一样，为什么？

预设：2cm、4cm、8cm。两脚之间距离变化了；粗细不均匀。

4.所以我们要区分好直径和半径，同一个圆中，他俩是什么关系？

预设：直径是半径的2倍。

5.你说在画半径时特别注意什么？

生：在画半径时特别注意对齐圆的圆心，画完后表上字母r

6.半径有两个端点，一个端点在圆上，另一个端点呢？

生：圆心。

7.再画一条直径；应该特别注意什么？

生：一定得通过圆心。

8.直径用字母d表示，半径用字母r表示。d和r是什么关系？

生：2倍， $d=2r$ 。

9.画圆是怎样画的？先确定一条半径，也就是两脚之间的距离，然后确定一个圆心，再旋转一圈。

10.为什么先确定圆心，半径长度呢？

预设：圆一中同长。知道圆的特点太重要了。

（五）古人成果三

1.道德经里说：大方无隅。隅是棱、角的意思。你知道怎么理解这句话吗？

预设：多边形的边越多，越接近圆。

2.我们来看一个动画。随着正多边形边数的逐步增多，你发现了什么？

#### （六）回归情境

1.刚刚我们借助古人的成果，又进行了交流探究，现在我们站在前人的肩膀上，大家知道为什么车轮是圆的了吗？

预设：因为圆有无数条半径且长度都相等，便于车子平稳地行驶，同时圆具有易滚动的特点，所以车轮都设计成圆形的。

2.你能说说生活中的圆吗？

预设：最完美的图案、利用圆的特征等。

#### （七）赛场上的圆

1.是什么？中间是什么？中间为什么是个圆？不知道篮球比赛是怎么开始的，不能回答这个问题，我们一起来看看。

2.播放篮球开赛录像。为什么中间要是个圆呢？

预设：刚开始比赛要往对方场地传球，这样中间画圆比较公平。师：队员在圆上，球在中心。圆一周同长，比较公平。

3.探讨大圆的画法。师：这个圆怎么画？



预设：先找到圆心，两点间距离固定好，再画。这个大圆，没有圆规怎么画？

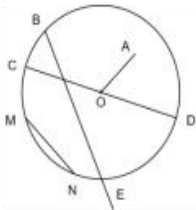
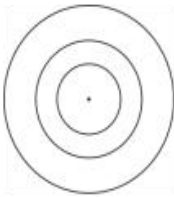
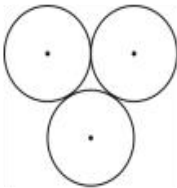


4.不是没有规矩不成方圆吗？怎么没有圆规也能画圆？

预设：规不一定单独指圆规，指的应该是画图的工具。我们可用不同的工具来画。

### 三、自主练习

1.在边长为 4 厘米正方形里画一个最大的圆，圆的半径是（ ）厘米。

### 四、课后作业

基础巩固		我找到的半径： 我找到的直径：
基础巩固	 相同点： 不同点：	 相同点： 不同点：
拔高提升	从下面两幅图中，选择一幅图，把圆补充完整，你会选择哪一幅？为什么？ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	
实践操作	在空地上尝试画一个大圆	

### 五、结束语

希望同学们，更够根据今天所学，在生活中也能像圆一样。一中同长，脚在走，心不变；不以规矩不能成方圆，做

事有规矩，行事有准则；大方无隅，心灵开阔，拥抱世界。

最后，一句诗送给大家：规圆无四隅，空廓含万象。

## 第二课时

教学内容：探秘“圆周率”（一）

教学目标：

1.通过直观图形，使学生感悟圆的周长与直径之间的关系，感知圆周率的创生。

2.通过测量活动，测算圆的周长与直径的比值，探索圆周率值。

3.让学生自主推导圆的周长与直径、半径之间的关系公式，培养学生的推理能力。

4.在活动中引导学生体验创新创造的过程，提升学生的符号意识、运算能力、几何直观、空间观念、推理意识、数据意识、创新意识。

5.引发学生高阶思维，提高学生的思维水平，激发学生学习数学的兴趣。

教学重点：感悟圆周率的产生。

教学难点：培养学生在特例中寻求普遍规律的意识。

教学过程：

### 一、感悟圆周率

请同学们拿出预学单，依据问题顺序，同桌间相互交流想法。

1.请用手指一指图中圆的周长、正方形的周长、正六边形的周长。

2.请说一说圆的周长、正方形的周长、正六边形的周长之间的大小关系。

3.如果圆的直径长为  $d$  厘米，那么正方形的周长、正六边形的周长分别为多少厘米？

4.你发现了什么？

提学生汇报交流结果，全班同学共同进行评价。

## 二、探索圆周率

师：圆的周长比直径的 3 倍长，又比直径的 4 倍短，这说明圆的周长除以直径的商在 3 与 4 之间，这个精确值是多少？请同学们拿出你们准备的圆片，分别量出它们的周长和直径，并算出它们的比值。

小组内交流测量和计算的结果。在巡视中，指导学生对测量误差过大的重新测量。

让学生汇报测量的结果，通过大量的数据验证圆的周长与直径的比值总是 3 倍多一些。

师：大家测量的结果总是有所不同，这是什么原因？

其实，古代中外的数学家对圆的周长与直径的比值早已做了研究，比如中国古代的刘徽、祖冲之，古希腊的阿基米德，他们用一定的方法，通过大量的测量和计算，把这个比值逐步精确，其中祖冲之把这个比值精确到小数点后第 7 位，

比国外大约要早 1000 年。在一代又一代数学家的努力中，这个比值越来越精确，并把这个比值起名为“圆周率”，用字母 $\pi$ 表示。

同学们今天也能够计算出圆周率的值，你们真了不起！

关于圆周率，有很多的趣闻，请同学们课下收集这方面的信息，下节我们专门“走进圆周率”。

### 三、自主推理，融汇贯通

通过上面的探究我们知道，圆的周长 $\div$ 直径=圆周率，我们还知道，一般周长用字母  $C$  表示，直径用  $d$  表示，圆周率用 $\pi$ 表示，因此这个公式可以表示为  $C \div d = \pi$ 。请你根据这个公式推算出由直径求周长的公式，由半径求周长的公式。

同桌间交流。

提学生汇报推导过程和结果，全班共同进行评价。

### 四、理解运用圆周率

学习教材第 64 页例 1

读题，理解题意：通过阅读，你知道了什么？

学生同桌间相互说一说。

提学生说。

自行车轮子转一圈，大约可以走多远？这是求轮子的什么？已知条件 33 厘米是圆形轮子的什么？那么这一问就是由什么求什么？请先写出所用公式，然后代入计算。

请自主解决题中的第二问，先同桌间交流计算情形，再

提学生演板，全班共同进行评价。

### 五、巩固深化练习

自主完成教材第 64 页做一做，演板，学生讲解想法，全班共同进行评价。

六、小结：通过这节课的学习，你们知道了什么？你们还想知道什么？

七、作业：收集有关圆周率的信息，做一期手抄报。

## 第六课时

教学内容：探秘“圆周率”（二）

教学目标：

1.让学生在活动中再次体验圆周率，感悟圆周率在探索圆面积中的作用。

2.让学生在寻求圆的面积与半径的平方的关系过程中再次感悟圆周率的作用，从而体悟到圆周率在探索圆认识圆中的重要地位。

3.让学生自主化圆为方，体验解决问题的多样性，发散学生的思维，培养学生的迁移能力和数学中的转化思想。

4.让学生自主推导圆的面积公式，培养学生的不完全归纳思想和验证意识。

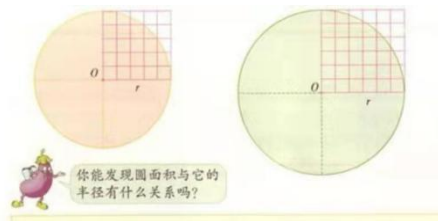
教学重点：感悟圆周率在探索圆面积中的重要作用。

教学难点：用符号推导圆的面积公式。

教学过程：

### 一、感悟圆周率

如图，请用数方格法计量圆的面积和正方形的面积，并思考下列问题：



- 1.圆的半径用  $r$  表示，正方形的面积怎样表示？
- 2.请用数出的数据算一算圆的面积与正方形面积的比值。
- 3.请以垂直的圆的半径为边长画出余下的 3 个正方形，观察整个图形，你发现了什么？

### 二、推导圆的面积公式

师：通过上面的计算和观察我们知道了圆的面积与半径的平方的比值在 3 与 4 之间，你由此想到了什么？

圆的面积与圆周率之间有什么样的关系？怎样求圆的面积？请你用学过的知识解决这些问题。

引导学生用转化法，把圆转化为学过的图形。

引导学生感悟极限，当弧被分得越来越短，弧长接近成点，点连成直线，因此所拼成的图形逐渐逼近为直边图形。

让学生自主剪，自主拼，自主说拼成图形与原图形的关系，自主推导圆的面积，共同展示和评价，相互验证圆的面积公式，明确圆的面积是半径的平方的兀倍。

展示不同拼法，归纳验证共有的圆面积公式。

### 三、运用圆面积公式

学习教材例题，引导由问题和已知条件想公式，代入数据计算解决问题的思路。

### 四、深化公式，灵活解题

完成教材中做一做。

五、深度延伸：在圆的周长与直径之间，面积与半径的平方之间，都有一个定值——圆周率，由此你想到了什么？

六.作业：请以“探秘圆周率”为题目，书写一篇数学小论文。

## 九、单元教学反思

通过单元主题教学，教师的教与学生的学发生了重大改变，具体表现如下：

1.单元大主题有效达成，单元大问题有效解决，单元大概念深刻理解。

本单元的大主题为“探秘圆周率”，大问题为“为什么创造圆周率”，大概念为“圆周率”，也就是说，以“圆周率”引领“圆”这个单元的学习。基于教材，参考其它教材的内容编排，我们调整课时数为10课时，其中9课时都与圆周率有直接关联，对圆周率的认识不是告知，而是通过“感悟——探究——运用——深化”的过程来实现，依据“浪漫感知——精确认知——综合应用”的学习原理实施，符合儿童

的认知学习规律，切入点准确，认知充分深刻，使预设的学习目标有效达成，用时少而精，减轻了学生的课业负担，扩充了学生的视野，丰富了学生的数学史和数学文化素养。

2.促进学生的数学核心素养有效达成，提升了学生自主探究学习的意识。

在学习的感知阶段，主要以直观几何图形呈现，让学生在观察、比较、计算、分析中寻找隐含的规律，培养了学生的几何直观、空间想象、数据分析等数学核心素养；在学习的探究阶段，引导学生自主探究、合作交流，推理演绎，形成结论，验证结论，培养了学生的迁移能力、探究意识、推理意识、应用意识等；在应用阶段，有意提升学生的数感、量感、几何直观、推理意识等。

通过这样的主题性学习，学生拥有了自主探究新知的能力，知道如何提出问题，分析问题，解决问题，有意识寻找隐性知识找到学习的关键点，使自主学习具有可持续性。

3.提升了教师研究课题的能力，深化了教师对教材内容的编排理解，使思与学达成一致。

通过单元主题性研究教学，教师知道了怎样基于教材内容提炼主题，提出问题，提示概念，知道了如何了解学情，分析教材，围绕主题组织教学，展开教学，使学习指向于学生的数学核心素养，提高了研与教的本领，有利于经历者成为学习型、研究型、专家型教师。



4.学生探究意识主动，学习兴趣提升，高阶思维发生。

单元主题性学习，由于是围绕主题进行认识，对话和交流，学生的学习具有主动性，在对话、交流和展示中表达出认知水平，新发现新认知激发了内心自豪感和表现欲，使学生的学习兴趣大增。在探究中，围绕主题的引导使思维没有停留于浅表处，而是向纵深处延伸，促使学生高阶思维发生，真正引发实质性深度学习。

5.少数学生思维缓慢，深度学习质量欠佳。

由于基础知识、认知能力、思维差异等因素的影响，少数学生思维缓慢，不能有效围绕主题快速开展思维，探究中有掉队跟不上现象。如何提升思维缓慢学生的主题学习能力，照顾到所有学生的深度学习进行，是我们要继续研究的课题。

通过本单元的教学实践，我们发现：实施“大单元教学”，可以让数学更有魅力，让儿童更亲近数学，使得课堂教学别开生面。在数学课中善于培植出优良的数学知识的“种子”，让数学方法和思想发生“裂变”，才能给学生的数学思维赋予生长的力量。这样才能“突出本质、渗透文化、实现关联”，让数学知识在课堂中真正被激活，数学思维方能尽情地流淌，才是“课程内容结构化整合”的应有意义和价值。