
大单元教学设计

Large unit teaching design

北师大版七年级下册

整式的乘除



初中数学大单元教学设计

一. 单元信息

基本信息	学科	年级	学期	教材版本
	数学	七年级	第二学期	北师大版
单元名称	整式的乘除			
教材内容	序号	课时名称		课时安排
	1	同底数幂的乘法		1课时
	2	幂的乘方与积的乘方		2课时
	3	同底数幂的除法		1课时
	4	零指数幂与负整数指数幂		3课时
	5	整式的乘法		4课时
	6	平方差公式		2课时
	7	完全平方公式		2课时
	8	整式的除法		2课时

二. 单元分析

(一) 课标要求

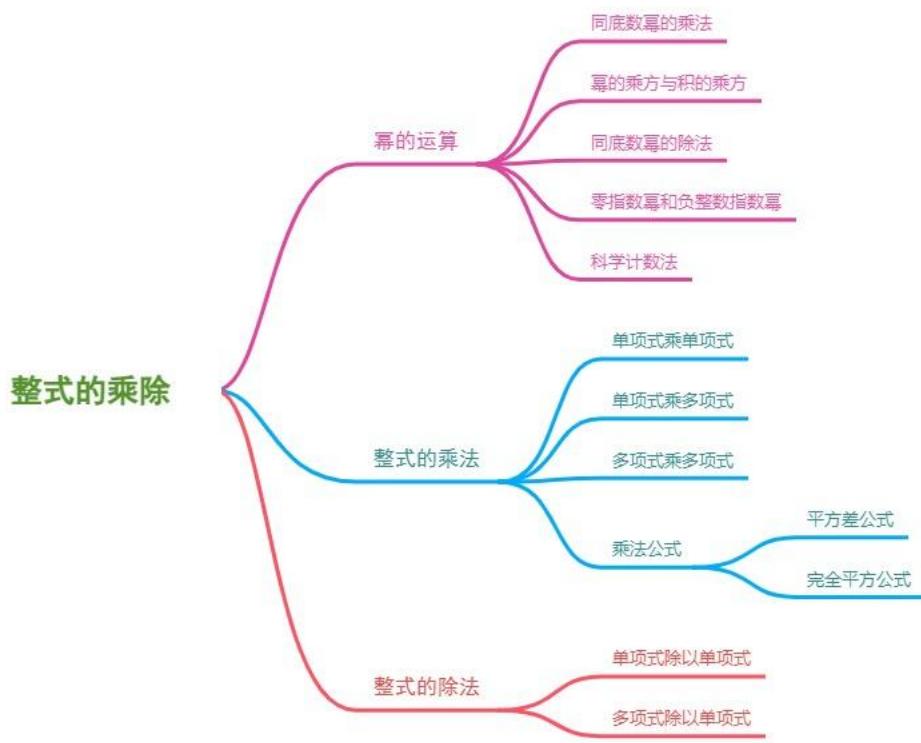
在内容上，要求学生了解整数指数幂的意义和基本性质，会用科学计数法表示数；能进行简单的整式乘法运算；理解乘法公

式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$, 了解公式的几何背景, 能利用公式进行简单的计算和推理。

在学业上, 要求学生会用文字和符号语言表述整数指数幂的基本性质, 能根据整数指数幂的基本性质进行幂的运算。会用科学计数法表示数; 能进行简单的整式乘法运算; 知道平方差公式、完全平方公式的几何背景, 并能运用公式进行简单计算和推理。

(二) 教材分析

1. 知识网络



2. 内容分析

本章属于《课程标准》中的“数与代数”领域, 其核心知识是: 整式的乘除运算。本章是整式加减的后续学习, 同时也是初

中代数关于式的学习的重要内容，是以后学习分式和根式运算、方程以及函数等知识的基础。由数到式的学习过程，也是学生改进认识方式，数学思想发生飞跃的变化过程。

教材首先从幂的运算性质入手，在此基础上再运用乘法的运算律得出整式乘法和除法的运算法则，接着利用整式乘法法则引导学生探求乘法公式。本章既是对前面知识的运用和开拓，又是后续知识的基础，本章新课多处由图形面积引入运算法则和公式，既渗透了数形结合的思想，又培养了学生对知识的转化能力和学生对问题中所蕴藏的数学规律进行探索的兴趣。

本章内容的主要突出的特点是：内容联系紧密、以运算为主，环环相扣，层层递进。全章紧紧围绕整式的乘除运算，分层递进，层层深入。在整式的乘除中，单项式的乘除是关键，这是因为其他乘除都要转化为单项式的乘除法。实际上，单项式的乘除进行的是幂的运算与有理数的运算，因此幂的运算性质是学习本章的知识基础，也是学习整式乘除的关键，是学习本章其它内容的桥梁。

（三）学情分析

本章的知识内容不难理解，但容易混淆的法则、公式较多，过于集中，学生在解题时容易顾此失彼。主要内容是进行字母运算，教学中应充分类比数的运算，使学生经历特殊到一般的过程。如在推导字母为底的幂运算性质时，类比数的幂运算的方法，一

方面使学生感受知识的一致性、联贯性，顺利地从数运算过渡到字母运算，另一方面也可以进一步体会字母运算所代表的一般性。

注重对运算法则的探索过程以及对算理的理解，发展有条理的思考与表达。教学中不要简单地要求学生记忆各种运算法则，而要关注学生对法则的探索过程。同时，要重视学生对算理的理解，让学生尝试说出每一步运算的道理，有意识地培养他们有条理的思考和语言表达能力。如单项式乘多项式的法则依据的是乘法分配律。注重发展学生的运算能力，但又要避免繁杂的运算。符号运算对于数学来说是必不可少的，基本运算技能是学生学习本章内容的一个重要目标。因此，教学中必须要适当地、分阶段地提供一些必要的训练，使学生能准确地进行基本的符号运算，并能明白每一步的算理。

教学中要避免过多、烦琐的运算，繁琐的运算不只是浪费时间，还会影响他们学习数学的兴趣和信心。建议在教学中，若需要补充习题，要多在数学理解、问题解决、联系拓广方面多下功夫，提高学生的综合素养。

三. 单元规划

(一) 单元主题

整式的乘除

(二) 单元目标

1. 经历探索整式乘、除运算法则的过程，理解整式乘、除运算的算理，积累数学活动经验。
2. 了解整数指数幂的意义和整数指数幂的运算性质，会进行简单的整式乘、除运算。
3. 进一步用科学记数法表示小于1的正数，能用生活中的实例体会这些数的意义，发展数感。
4. 能推导乘法公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ， $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ ，并能利用公式进行简单计算；了解公式的几何背景，发展几何直观。
5. 进一步学习用类比、归纳、转化等方法进行思考与运算，发展运算能力，并进一步体会字母表示数的意义，发展符号意识。

（三）单元重点、难点

重点：幂的运算性质及整式的乘除运算。

难点：运算法则及公式的形成、运用，法则及公式的区别和辨认，符号运算结果的处理。

（四）单元课时整合

专题一 幂的运算性质

专题二 整式的乘法

专题三 整式的除法

四. 专题教学设计

幂的运算性质

专题一：幂的运算性质

学 习 目 标	1. 经历探索同底数幂乘法运算性质的过程，了解同底数幂乘法的性质。 2. 经历探索幂的乘方和积的乘方的运算性质的过程，了解幂的乘方和积的乘方的性质。 3. 经历探索同底数幂除法运算性质的过程，了解同底数幂除法的性质。
过 程 与 方 法	1. 类比数的运算来理解各种法则。 2. 从幂的意义出发透彻理解算理。
问 题 设 计	1. 同底数幂相乘的运算法则是什么？ 2. 幂的乘方的运算法则是什么？ 3. 积的乘方的运算法则是什么？ 4. 同底数幂相除的运算法则是什么？
学	<p>活动一：</p> <p>【试一试】</p> <p>(1) 下面请同学们根据乘方的意义做下面一组题：</p> $2^3 \times 2^5 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$ $a^3 \cdot a = (a \cdot a \cdot a) \cdot a = a^{()}$

习
活
动
设
计

(2) 下面请同学们根据乘方的意义与(1)中的结果做下面一组题:

$$(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^{2+2+2} = 10^6$$

$$(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{()}$$

$$(3 \times 5)^4 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) = 3^4 \times 5^4$$

$$(ab)^4 = ()$$

(3) 根据上面的规律, 请以幂的形式直接写出下列各题的结果 $10^2 \times 10^3$, $(6^2)^4$, $(3 \times 4)^3$

【猜一猜】

当 m, n 为正整数时候, $a^m \cdot a^n = (a \times a \times a \times \cdots \times a) \times (a \times a \times a \times \cdots \times a) = (a \times a \times a \times \cdots \times a) = ()$ 个 $()$ 相乘, 即 $a^m \cdot a^n = ()$

当 m, n 为正整数时候, $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \cdots \times a^m = a^{m+m+\dots+m+m} = a^{() \text{ 个 } () \text{ 相加}} \text{, 即 } (a^m)^n = ()$

当 m, n 为正整数时候, $(ab)^n = (ab) \cdot (ab) \cdot \dots \cdot (ab) = (a \cdot a \cdot \dots \cdot a) \cdot (b \cdot b \cdot \dots \cdot b) = ()$

活动二:

【想一想】

(1) 通过上面的计算, 你发现了什么?

预设: 同底数幂的乘法: 结果的底数与原来的底数相

同；结果的指数等于原来两个指数的和。

幂的乘方：结果的底数与原来的底数相同；结果的指数等于原来两个指数的积。

积的乘方：结果中，把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

(2) 同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方三者之间有什么联系与区别？

预设：

	不变	变
同底数幂的乘法	底数	指数相加
幂的乘方	底数	指数相乘
积的乘方	指数	幂相乘

归纳：同底数幂的乘法，底数不变，指数相加。

幂的乘方，底数不变，指数相乘。

积的乘方，等于每一个因式乘方的积。

活动三：

【探一探】

(1) 观察算式 $10^{12} \div 10^9$ ，两个因式有何特点？

预设： 10^{12} 和 10^9 这两个因式底数相同，是同底的幂的形式。所以我们把 $10^{12} \div 10^9$ 这种运算叫做同底数幂的除法。

(2) 10^{12} 和 10^9 表示的意义分别是什么？

预设：

$$10^{12} = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{12\text{个}10}$$

$$10^9 = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{9\text{个}10}$$

(3) 如何计算 $10^{12} \div 10^9$ 呢?

提示：乘法与除法是互逆的运算或分数

预设：

法一：根据幂的意义及除法的意义

$$10^{12} \div 10^9$$

$$\begin{aligned} & \text{12个10} \\ & = \frac{10 \times 10 \times \dots \times 10}{10 \times 10 \times \dots \times 10} \\ & \quad \text{9个10} \\ & = 10 \times 10 \times 10 \\ & \quad \text{3个10} \end{aligned}$$

法二：因为 $10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

所以 $10^{12} \div 10^9$

$$=(10^3 \times 10^9) \div 10^9$$

$$= 10^3$$

【做一做】

(1) 计算下列各式，并说明理由($m > n$).

$$(1) 10^m \div 10^n; \quad (2) (-3)^m \div (-3)^n.$$

【猜一猜】

当 m, n 为正整数且 $m > n$, $a \neq 0$ 时, $a^m \div a^n = ()$

【想一想】

(1) 通过上面的计算，你发现了什么？

预设：①结果中的底数与原来两个幂的底数相同；②结果中的指数是原来两个幂的指数差。

(2) 同底数幂的乘法与同底数幂的除法之间有什么联系与区别？

预设：同底数幂的乘法与同底数幂的除法是互逆的关系，在进行运算时，他们的底数都不变；同底数幂的乘法是指数相加，同底数幂的除法是指数相减。

归纳：同底数幂的除法，底数不变，指数相减。

练习：下面的计算是否正确？如果错，请在旁边订正

$$(1) a^3 \cdot a^4 = a^{12} \quad (2) m \cdot m^4 = m^4$$

$$(3) a^2 - b^3 = ab^5 \quad (4) 2 \times 5 + 2 \times 5 = 2 \times 10$$

$$(5) 3c^4 - 2c^2 = 5c^6 \quad (6) x^2 - x^n = x^{2n}$$

$$(7) 2m \cdot 2n = 2m \cdot n \quad (8) b^4 \cdot b^4 \cdot b^4 = 3b^4$$

活动四：

	<p>例 1. 计算</p> <p>(1) $(x+y)^3 \cdot (x+y)^4$ (2) $(xy)^4 \div (xy)$ (3) $(a^4)^3 \cdot a^6 + a^{18}$ (4) $(5xy)^3$</p> <p>例 2: 若 $x^m = 10$, $x^n = 5$, 计算下列结果</p> <p>(1) x^{m-n} (2) x^{m+n} (3) $(x^m)^2$</p>
回 顾 小 结	<p>1. 法则要注重理解“同底、相乘除、不变、相加减。”</p> <p>2. 解题时要注意 a 的指数是 1; 当底数中含有“-”时, 应将其视为“-1”, 作为一个因式, 防止漏乘。</p> <p>3. 解题时, 是什么运算就应用什么法则。同底数幂相乘, 就应用同底数幂的乘法法则; 同底数幂相除, 就应用同底数幂的除法法则</p> <p>4. $-a^2$ 的底数 a 不是 $-a$.</p> <p>5. 底数可以是单项式, 也可以是多项式。若底数是多项式时, 要把底数看成一个整体进行计算。</p>
评 价	<p>1. 能熟练进行幂的运算。</p> <p>2. 理解每一种运算的运算法则。</p>

整式的乘法

专题一：整式的乘法

学习目标	<p>1. 理解并掌握单项式与单项式相乘的法则,能够熟练地进行单项式的乘法计算。</p> <p>2. 经历探索单项式乘多项式运算法则的过程。通过类比学习,利用乘法的运算律将问题转化,培养学生转化的数学思想。</p> <p>3. 经历探索多项式乘多项式运算法则的过程,利用法则进行简单的多项式乘法运算。</p>
过程与方法	<p>1. 通过探究单项式与单项式相乘的法则,培养了学生归纳、概括能力,以及运算能力。</p> <p>2. 经历探索单项式与多项式乘法法则的过程,理解单项式与多项式相乘的算理,体会乘法分配律的重要作用及转化的数学思想,发展学生有条理的思考和语言表达能力。</p> <p>3. 经历探索多项式与多项式乘法法则的过程,理解多项式与多项式相乘的运算算理,体会乘法分配律的作用及转化思想在解决问题过程中的应用,发展学生有条理的思考和语言表达能力。</p>
问题设计	<p>1. 单项式乘以单项式运算法则是什么?</p> <p>2. 单项式乘以多项式运算法则是什么?</p> <p>3. 多项式乘以多项式运算法则是什么?</p>
	活动一:

【试一试】

(1) $3a^2b \cdot 2ab^3$ 等于什么？你是怎样计算的？

预设：

$$3a^2b \cdot 2ab^3$$

$$= (3 \times 2)(a^2 \cdot a)(b \cdot b^3) \quad \text{乘法的交换律、结合律}$$

$$= 6a^3b^4 \quad \text{同底数幂的乘法}$$

注：系数与系数相乘，同底数幂相乘。

(2) 类似的， $xyz \cdot y^2z$ ，可以表达的更简单一些吗？

$$xyz \cdot y^2z$$

$$= x \cdot (y \cdot y^2) \cdot (z \cdot z) \quad \text{乘法的交换律、结合律}$$

$$= xy^3z^2. \quad \text{同底数幂的乘法}$$

注：只在一个单项式里含有的字母，连同它的指数作为积的一个因式，再进行同底数幂的相乘运算。

(3) 如何进行单项式乘单项式的运算？

预设：

单项式与单项式相乘，先根据乘法的交换结合律转为有理数的乘法或同底数幂的乘法。

归纳：

单项式乘以单项式：单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式。

活动二：

【做一做】

(1) 利用乘法的分配率和同底数幂的乘法进行计算。

$$ab \cdot (abc + 2x) \quad c^2 \cdot (m + n - p) \quad (m+a)(n+b) \quad (2x+y)(x-y)$$

预设：

$$ab \cdot (abc + 2x)$$

$$= ab \cdot abc + ab \cdot 2x \quad \text{乘法分配律 (单项式乘单项式)}$$

$$= a^2b^2c + 2abx \quad \text{同底数幂的乘法}$$

$$c^2 \cdot (m + n - p)$$

$$= c^2 \cdot m + c^2 \cdot n - c^2 \cdot p \quad \text{乘法分配律 (单项式乘单项式)}$$

$$= c^2m + c^2n - c^2p. \quad \text{同底数幂的乘法}$$

$$(m+a)(n+b)$$

将 $(n+b)$ 看成一个整体

$$= m(n+b) + a(n+b)$$

乘法分配律 (单项式乘多项式)

$$= mn + mb + an + ab$$

乘法分配律 (单项式乘单项式)

$$(2x+y)(x-y)$$

$$= 2x \cdot x - 2x \cdot y + y \cdot x - y \cdot y \quad \text{乘法分配律 (单项式乘单项式)}$$

$$= 2x^2 - 2xy + xy - y^2 \quad \text{同底数幂的乘法}$$

$$= 2x^2 - xy - y^2 \quad \text{合并同类项}$$

(2) 观察上述运算过程，如何进行单项式乘多项式、多项式

乘多项式的运算？

预设：

单项式与多项式相乘，先根据乘法的分配律转化为单项式乘单项式，再利用同底数幂的乘法即可运算。

多项式与多项式相乘，一方面，可以先根据乘法的分配律转化为单项式乘单项式，再利用同底数幂的乘法即可运算；另一方面，也可以将另一个多项式看做一个整体（单项式），根据乘法的分配律转化为单项式乘多项式，再次运用乘法的分配律转化为单项式乘单项式，再利用同底数幂的乘法即可运算；最后，需要合并同类项即可。

单项式与多项式相乘、多项式与多项式相乘的运算实质是两个及两个以上单项式与单项式乘积的和。

归纳：

单/多项式乘多项式：单/多项式与多项式相乘，就是根据分配律用单/多项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

基本思路：



练习：计算下列各题。

$$(1) (-3ab) \cdot (-4b^2) \quad (2) b^2(b+3a-a^2) \quad (3)(2n+5)(n-3)$$

	<p>活动三：</p> <p>例 1：已知 $x^{2n}=3$, 求 $x^{4n}+(2x^n)(-5x^{5n})$</p> <p>例 2：一条防洪堤坝，其横断面是梯形，上底宽 a 米，下底宽 $(a+2b)$ 米，坝高 $\frac{1}{2}a$ 米。</p> <p>(1) 求防洪堤坝的横断面积；</p> <p>(2) 如果防洪堤坝长 100 米，那么这段防洪堤坝的体积是多少立方米？</p> <p>例 3：若 $(mx+y)(x-y)=2x^2+nxy-y^2$, 求 m, n 的值.</p>
<p>回 顾 小 结</p>	<p>1. 进行单项式乘法，应先确定结果的符号，再把同底数幂分别相乘，这时容易出现的错误是将系数相乘与相同字母指数相加混淆；</p> <p>2. 不要遗漏只在一个单项式中出现的字母，要将其连同它的指数作为积的一个因式；</p> <p>3. 单项式乘法法则对于三个以上的单项式相乘同样适用；</p> <p>4. 单项式乘以单项式，结果仍为单项式. 单项式乘多项式的积仍是多项式，其项数与原多项式的项数相同；多项式乘多项式仍得多项式，在合并同类项之前，积的项数应等于原多项式的项数之积；</p> <p>5. 单项式分别与多项式的每一项相乘时，要注意积的各项符号的确定，多项式中的每一项前面的符号是性质符号，同号相乘得正，异号相乘得负，最后写成省略加号的代数和的形式</p>

	<p>式；相乘后，若有同类项应该合并。</p> <p>6. 多项式要乘以多项式的每一项，不要出现漏乘现象；混合运算中，要注意运算顺序，结果有同类项的要合并同类项。</p>
评 价	<ol style="list-style-type: none"> 能熟练进行整式的乘法运算。 理解每一种整式的乘法运算的法则。

整式的除法

专题一：整式的除法	
学 习 目 标	<ol style="list-style-type: none"> 理解并掌握单项式除以单项式的法则，能够熟练地进行单项式的除法计算。 理解多项式除以单项式的法则，运用多项式除以单项式的法则进行简单的计算，探讨多项式除以单项式法则的运算规律。
过 程 与 方 法	<ol style="list-style-type: none"> 通过引导学生观察、对比、独立思考、合作探究等方式使学生经历探索单项式除以单项式法则的过程，能进行简单的整式除法运算。 经历探索多项式除以单项式法则的过程，体会知识之间的联系和转化以及化归的思想方法。
问 题 设	<ol style="list-style-type: none"> 单项式除以单项式运算法则是什么？ 多项式除以多项式运算法则是什么？

计

学习活动设计

活动一：

【试一试】

你能计算下面各题吗？说说你的理由。

(1) $x^5y \div x$

(2) $(8m^2n^2) \div (2m^2n)$

(3) $(a^4b^2c) \div (3a^2b)$

提示：约分——分数的分子分母同时除以一个相同（不为0）的数，分数值不变。（分数线相当于除号；除以一个数等于乘以这个数的倒数）

$$(1) (x^5y) \div x = \frac{x^{\cancel{5}}y}{\cancel{x}^1} = x^4y$$

$$(2) (8m^2n^2) \div (2m^2n) = \frac{8m^{\cancel{2}}n^{\cancel{2}}}{2m^{\cancel{2}}n^1} = 4n$$

$$(3) (a^4b^2c) \div (3a^2b) = \frac{a^{\cancel{2}}b^{\cancel{2}}c^1}{3a^{\cancel{2}}b^1} = \frac{1}{3}a^2bc$$

追问：你还有其他的方法进行计算吗？

预设：利用乘除法的互逆

(1) $\because x^4y \cdot x = x^5y,$

$\therefore x^5y \div x = x^4y$

(2) $\because (4n) \cdot (2m^2n) = 8m^2n^2$

$\therefore (8m^2n^2) \div (2m^2n) = 4n$

$$(3) \because (\frac{1}{3}a^2bc) \cdot (3a^2b) = 8m^2n^2$$

$$\therefore (a^4b^2c) \div (3a^2b) = \frac{1}{3}a^2bc$$

【想一想】

如何进行单项式除以单项式的运算？总结一下。

预设：

(1) 商的系数=被除式的系数 \div 除式的系数；

(2) 相同字母：按同底数幂的除法计算；

(3) 只在被除式中含有的字母，连同它的指数作为商的一个因式。

归纳：单项式除以单项式，把系数、同底数幂分别相除后，作为商的因式；对于只在被除数里含有的字母，则连同它的指数一起作为商的一个因式。

活动二：

【做一做】

计算下列各题，说说你的理由。

$$(1)(ad+bd) \div d$$

$$(2)(a^2b+3ab) \div a$$

$$(3)(xy^3-2xy) \div (xy)$$

预设：利用乘除法的互逆：

(1) 计算 $(ad+bd) \div d$ 就是相当于求 $(\quad) \cdot d = ad+bd$,

$$\because (a+b) \cdot d = ad+bd,$$

$$ad \div d + bd \div d = a+b,$$

$$\therefore (ad+bd) \div d = ad \div d + bd \div d = a+b$$

$$(2) \because (ab+3b) \cdot a = a^2b+3ab$$

$$a^2b \div a + 3ab \div a = ab+3b,$$

$$\therefore (a^2b+3ab) \div a = a^2b \div a + 3ab \div a = ab+3b$$

$$(3) \because (y^2-2) \cdot xy = xy^3-2xy,$$

$$xy^3 \div xy - 2xy \div xy = y^2-2,$$

$$\therefore (xy^3-2xy) \div (xy) = xy^3 \div xy - 2xy \div xy = y^2-2$$

追问：你还有其他的方法进行计算吗？

预设：类比有理数的除法

$$\text{例: } (14+0.7) \div 7 = 14 \div 7 + 0.7 \div 7 = 2.1$$

$$(1) (ad+bd) \div d = ad \div d + bd \div d = a+b$$

$$(2) (a^2b+3ab) \div a = a^2b \div a + 3ab \div a = ab+3b$$

$$(3) (xy^3-2xy) \div (xy) = xy^3 \div xy - 2xy \div xy = y^2-2$$

【想一想】

你发现了什么？

预设：多项式除以单项式实质上是转化为多个单项式除以单项式商的和。

归纳：多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的商相加。

基本思路：

多项式除以单项式 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 单项式除以单项式

练习：计算下列各题。

$$(1) (2a^6b^3) \div (a^3b^2)$$

$$(2) (9x^2y - 6xy^2) \div (3xy)$$

$$(3) (3m^2n^3) \div (mn)^2$$

$$(4) (12a^6x^3 - 4a^3x^4 + 2ax^3) \div 2ax^3$$

活动三：

例 1：化简 $(-2x^3y^4) \div (-x^2y^2) \cdot (-x) - x(x-xy^2)$, 其中 $x=1, y=-2$

例 2：先化简，再求值： $(a^2b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a+b)(a-b)$, 其中 $a = \frac{1}{2}, b = -1$.

回 顾	1. 一个数(不为 0)的 0 次幂等于 1; 2. 有括号时要先算括号里;
小 结	3. 只有乘除法运算时要按照顺序计算; 4. 在用多项式的每一项除以单项式时, 注意每一项都要带着前面的符号; 5. 所得商的项数应和多项式的项数保持一致。
评 价	1. 能熟练进行整式的除法运算。 2. 理解整式的除法运算的法则。